Национальный исследовательский университет «МЭИ»





Кафедра Теоретических Основ Электротехники

**Компьютерная лабораторная работа № 2**

 **Технология машинного расчета электрических цепей**

**методом узловых потенциалов**

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнил: |  |
| Группа: |  |
| Проверил: |  |

Москва 2018

# Лабораторная работа № 2. Технология машинного расчета электрических цепей методом узловых потенциалов

**1. Цель работы**

Ознакомление с принципами поэлементного формирования и компьютерного решения узловых уравнений.

**2. Теоретическая справка**

Познакомимся с топологическими списками цепей и правилами их составления, начиная с самого простого случая, когда рассматриваются линейные резистивные цепи при действии постоянных ЭДС. Для формирования Т-списка резистивную цепь необходимо представить в виде эквивалентной *GJ* -цепи, то есть цепи, состоящей только из резистивных элементов и источников тока. При этом *RE*-ветви (последовательно соединенные резисторы с сопротивлением *R* и источники напряжения *E*)должны быть преобразованы в параллельно соединенные проводимости *G* и источники тока *J* или *GJ*-ветви (рис. 1). *GJ*-ветвь является стандартной ветвью, используемой при машинном расчете по методу узловых потенциалов. В частном случае это может быть *G*-ветвь или *J*-ветвь. Для формирования Т-списка *GJ* -цепи необходимо последовательно, начиная с нуля или единицы, пронумеровать ее узлы. При этом базисному узлу[[1]](#footnote-1) присваивается номер ноль или же максимальный номер. Для исключения необходимости приписывать в Т-списке знак источнику тока за начало ветви принимают узел, от которого направлен ток источника (соответственно начальный узел), за конец – узел, к которому направлен этот ток (конечный узел). При этом условно-положительное направление тока *I* и напряжения *U* такой *GJ*-ветви принимается от ее начального узла *k* к конечному узлу *l* (см. рис. 1). Для *G*-ветви выбор условно-положительного направления тока выбирается произвольно от начального узла к конечному. Таким образом, каждая *GJ*-ветвь однозначно определяется номером начального и номером конечного узла и параметрами ветви (для *G*-ветви *J*=0, для *J*-ветви *G*=0).

*k*

*l*

*G*

*J*

*I*

*U*

Рис. 1. Условное изображение *GJ*-ветви

Описав каждую ветвь *GJ* -цепи по следующему, представленному в табл. 1 шаблону (номер начала ветви → номер конца ветви → значение проводимости ветви → значение источника тока), можно получить информационно-компактное формальное описание цепи в виде ее Т-списка.

 Таблица 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер узла | Проводимость, См |  Ток источника тока, А |
| Начало ветви | Конец ветви |
| *k* | *l* | *G* | *J* |

Из большого многообразия методов расчета электрических цепей в машинных расчетах предпочтение отдается методу узловых напряжений, называемому также узловым методом. Этот метод пригоден к расчету установившихся и переходных процессов цепей с любым типом элементов – взаимных и невзаимных, линейных и нелинейных, двухполюсных, как резисторы и многополюсных, как например, транзисторы. Метод отличается канонически простой математической моделью, удобной как для численной обработки, так и для качественного анализа решений, которая представляет собой запись всех *m* уравнений по первому закону Кирхгофа цепи с (*m*+1)-узлом в базисе узловых напряжений *Uj*, *j* =1,2,…,*m*, т.е. напряжений между каждым *j*-м узлом и базисным узлом, номер которого для определенности положим равным *m*+1.

**GU=J*.***

 Здесь **G** – *m×m* матрица узловых проводимостей, каждый ее *jj*-й диагональный элемент равен сумме проводимостей ветвей, инцидентных (соединенных) ее *j*-му узлу, а *ij*-элемент (*i*≠*j*) равен сумме проводимостей ветвей, соединяющих *i* и *j* узлы, взятой с обратным знаком; **J** – вектор задающих (узловых) токов, *j*-й элемент которого равен алгебраической сумме токов источников тока, инцидентных *j*-му узлу (*j* =1,2,…,*m*), причем, знак плюс соответствует тем источникам, которые направлены к *j*-му узлу, минус – источникам, направленным от *j*-го узла; **U** – вектор-столбец узловых потенциалов (напряжений).

 Главное для машинного расчета – это наличие исключительно простой в реализации процедуры формирования узловых уравнений путем обработки Т-списков цепей на основе принципа поэлементного вклада. Применение этого принципа для обычной резистивной цепи с двухполюсными элементами заключается в последовательном расчете коэффициентов матрицы **G** и вектора **J** (при машинном формировании – соответствующих элементов массивов) по мере построчной обработки Т-списка цепи. При машинном формировании узловых уравнений используются массив расширенной матрицы узловых проводимостей **G***p* размером (*m*+1)×(*m*+1) и массив расширенного вектора задающих токов **J***p* размером (*m*+1)×1. Изначально все элементы этих массивов принимаются нулевыми.

 На каждом *i*-ом, *i*=1,2,…,*N* (*N* – число ветвей), шаге обработки Т-списка цепи по принципу поэлементного вклада проводимость *G* ветви с номером *i* прибавляется со знаком плюс к диагональным *kk*-му и *ll*-му элементам *Gkk* и *Gll* массива **G***p* и со знаком минус к недиагональным элементам *Gkl* и *Glk* этого массива. Здесь же ток источника тока *J* этой ветви прибавляется со знаком плюс к *l*-му и со знаком минус к *k*-му элементам массива **J***p*. В результате получают:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| шаг *i* (*i*=1,2,…,*N*) *i*-я строка Т-списка |  *k* |  *l* |  *G* | *J* |

,

т.е..

,

т.е. .

Здесь **G**0 и **J**0 – соответствующие нулевые массивы; **G***N*=**G***p*, **J***N*=**J***p*, а *Gkk*, *Gll*, *Gkl* и *Jk*, *Jl*– соответствующие элементы матрицы **G***p*и вектора **J***p*.

Матрица узловых проводимостей равна расширенной матрице **G***p***,** в которойвычеркнутыстолбцы и строки, соответствующие базисному узлу. Вектор задающих токов равен расширенному вектору **J***p*, в котором вычеркнута строка, соответствующая базисному узлу.

Простота формирования узловых уравнений по принципу поэлементного вклада, высокая алгоритмичность рассмотренной процедуры, отсутствие в ней мультипликативных операций (умножения, деления) сводят к минимуму вычислительные затраты при формировании уравнений на ЭВМ.

Теперь, чтобы определить узловые потенциалы (напряжения), достаточно решить матричное уравнение:

**U=G**-1**J*.***

Для расчета токов в *GJ*-ветвях и *G*-ветвях, воспользуемся обобщенным законом Ома в матричном виде. Для этого будет полезным использовать матрицу соединений **А** размера *m* × *N*, в которой *i*–я строка соответствует узлу *i*, а *j*–й столбец соответствует ветви *j*, причём элемент *Aij* равен:

* 0, если ветвь *j* не присоединена к узлу *i*;
* 1, если ветвь *j* выходит из узла *i* (*i* - начальный узел для ветви *j*);
* –1, если ветвь *j* входит в узел *i* (*i* - конечный узел для ветви *j*).

Токи в ветвях определяются по обобщенному закону Ома в матричном виде:

**I**в = **G**в***A***t **U *+* J**в,

где **G**в — диагональная матрица проводимостей размера *N*× *N*, в которой диагональный элемент *Gi* равен проводимости *i*–й ветви, а недиагональные элементы равны нулю; **А*t*** — транспонированная матрица соединений.

 Для примера рассмотрим схему, представленную на рис. 1,а. В схеме *N*=6 неизвестных токов и *m*+1= 4 узла, включая базисный (нулевой). После приведения исходной цепи к виду *GJ* -цепи эквивалентная схема представлена на рис. 1, б. При этом задающие токи , , проводимости ветвей .

Сформируем топологический список:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ ветви** | **Нач. узел** | **Кон. узел** | ***G*** | ***J*** |
|  | 1 | 2 | *G*1 | 0 |
|  | 2 | 0 | *G*2 | 0 |
|  | 2 | 3 | *G*3 | 0 |
|  | 1 | 0 | *G*4 | *J*4 |
|  | 0 | 3 | *G*5 | *J*5 |
|  | 3 | 1 | *G*6 | *J*6 |



|  |  |
| --- | --- |
| а) | б) |

Рис. 1. Пример схемы а) исходная, б) после приведения к *GJ* виду

Пошаговое формирование матрицы узловых проводимостей и вектора задающих токов проводится следующим образом:

Шаг 0 – всего 4 узла, формируем нулевые расширенную матрицу узловых проводимостей и вектор задающих токов размерности 4×4 и 4×1 соответственно.



Шаг 1, ветвь №1, начальный узел 1, конечный узел 2. Поскольку у нас имеется узел 0, то отсчет строк и столбцов начинается с 0.



Шаг 2, ветвь №2, начальный узел 2, конечный узел 0.



Шаг 3, ветвь №3, начальный узел 2, конечный узел 3.



Шаг 4, ветвь №4, начальный узел 1, конечный узел 0.



Шаг 5, ветвь №5, начальный узел 0, конечный узел 3.



Шаг 6, ветвь №6, начальный узел 3, конечный узел 1.



Чтобы получить окончательные матрицы, вычеркнем строки и столбцы, относящиеся к базисному (нулевому) узлу, т.е. первую строку и первый столбец у расширенной матрицы узловых проводимостей и первую строку у вектора узловых токов.



В результате получим окончательно систему уравнений по методу узловых потенциалов:



Как и в случае с матрицей узловых проводимостей мы можем составить расширенную матрицу **Ap** соединений размерностью (*m*+1)×*N*, включающей базисный узел, для получения окончательной матрицы вычеркнуть строку, соответствующую базисному узлу.

Для определения токов в ветвях необходимо сформировать следующие матрицы:



.

Запишем, как будет выглядеть расчет токов в ветвях с помощью сформированных матриц:

.

**3. Вопросы для коллоквиума**

1. Каким образом вводится расчетная модель в машину?
2. Каков алгоритм поэлементного формирования узловых уравнений?
3. Какова размерность расширенной (полной) матрицы узловых проводимостей? Какова размерность матрицы узловых проводимостей?
4. Как составляется матрица соединений? Какова ее размерность матрицы соединений?
5. Чем расширенные матрицы отличаются от конечных?
6. Как проверяется расчет электрической цепи методом узловых потенциалов?

**4. Подготовка к работе**

1. Ознакомьтесь с теоретической справкой, ознакомьтесь с шаблоном программы в п. 1 раздела выполнения работы.

2. Для схемы цепи, приведенной в таблице 2, пронумеруйте узлы от 1 до *m*, определите *N* – ветвей. Индексация матриц в MATLAB начинается с 1, поэтому не рекомендуется в расчетах использовать узел с номером 0. Пусть узел с максимальным номером будет базисным. Сформируйте систему узловых уравнений. Параметры элементов: ток в источниках тока равен 1 А; ЭДС источников равна 1 В; сопротивления резисторов, кроме *R*2 и *R*7, равны 1 Ом; сопротивления *R*2 и *R*7 приведены в таблицах 3 и 4.

3. Составьте уравнения для определения токов ветвей. Запишите уравнения для проверки правильности расчета токов.

3. Приведите исходную цепь к виду эквивалентной *GJ* -цепи и составьте Т-список.

4. Выполните первые 3 шага составления матрицы узловых проводимостей и вектора узловых токов. Составьте матрицу соединений.

5. Запишите матричные уравнения, необходимые для определения токов ветвей. Укажите размерности используемых матриц.

Таблица 2

|  |  |
| --- | --- |
| Номер бригады (номер компьютера) | Схема |
| 1, 4, 7, … 3*n*+1 |  |
| 2, 5, 8, … 3*n*+2 |  |
| 3, 6, 9, … 3*n* |  |

 Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер группы | 1, 5, 10, 18 | 3, 6, 11, 17 | 2, 4, 12, 16 | 7, 8, 15 | 9, 13, 14 |
| *G*2, См | 1 | 1,3 | 1,6 | 1,9 | 2,2 |

 Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер бригады (номер компьютера) | 1, 6, 11, 16, 21 | 2, 7, 12, 17, 22 | 3, 8, 13, 18 | 4, 9, 14, 19 | 5, 10, 15, 20 |
| *G*7, См | 4 | 3,5 | 3 | 2,5 | 2 |

**5. Рабочее задание**

1. В вычислительной среде MATLAB используйте шаблон расчета электрических цепей с помощью принципа поэлементного вклада. Скопируйте шаблон лабораторной работы в блокнот и сохраните в файл «название файла латиницей».m в свою папку, откройте его в программе MATLAB.

**Шаблон:**

%% Задайте Т-список в формате [1;2;3]

begin\_nodes = [\_\_\_\_\_\_\_\_\_];

end\_nodes = [\_\_\_\_\_\_\_\_\_];

Gv = [\_\_\_\_\_\_\_\_\_];

Jv = [\_\_\_\_\_\_\_\_\_];

 %% Формирование расширенных (полных) матрицы узловых проводимостей и %вектора задающих токов

m=max(max(begin\_nodes),max(end\_nodes)); %всего узлов

N=length(Gv); %всего ветвей

%-------------------------------------------------------------------------

% введите размерность матриц Gp и Jp

%-------------------------------------------------------------------------

Gp = zeros(\_\_\_\_\_\_\_\_\_,\_\_\_\_\_\_\_\_\_);

Jp = zeros(\_\_\_\_\_\_\_\_\_,\_\_\_\_\_\_\_\_\_);

Ap = zeros(\_\_\_\_\_\_\_\_\_,\_\_\_\_\_\_\_\_\_);

for i=1: \_\_\_\_\_\_\_\_\_ % сколько раз должен отработать цикл for?

 k=begin\_nodes(i);

 l=end\_nodes(i);

%-------------------------------------------------------------------------

% введите выражение для пошагового расчета матрицы узловых проводимостей,

% вектора задающих токов, матрицы соединений

%-------------------------------------------------------------------------

end

%% Удаление строки и столбца последнего узла (базисного)

G=Gp;

G(m,:)=[];

G(:,m)=[];

 J=Jp;

J(m,:)=[];

A=Ap;

A(m,:)=[];

%% Решение

%-------------------------------------------------------------------------

% введите выражение для расчета узловых напряжений

%-------------------------------------------------------------------------

U =\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

%-------------------------------------------------------------------------

% введите выражение для расчета токов ветвей

%-------------------------------------------------------------------------

I = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Выполните действия, записанные в тексте шаблона.

1. На первых трех строках Т-списка проверьте, что массивы заполняются в соответствии с алгоритмом. Для этого измените условия для цикла for так, чтобы программа не выполняла все циклы сразу, или используйте команду pause, которая остановит выполнение программы до тех пор, пока пользователь не нажмет клавишу Enter для продолжения. Одновременно можно убрать точку с запятой, чтобы матрицы отображались в командном окне. Запишите матрицу узловых проводимостей, вектор задающих токов и матрицу соединений на 1, 2 и 3 шаге обработки элементов Т-списка и сравните с данными Подготовки в работе.
2. Выполните моделирование полностью и запишите результаты.
3. Проверьте правильность расчета тока и напряжения в третьей ветви, повторив расчет в Simulink.
4. Проверьте правильность составления узловых уравнений, составив их вручную.
5. Сохраните программу для последующего использования.

**6. Вопросы к защите**

1. Перечислите правила формирования Т-списка.
2. Почему в расширенной матрице узловых проводимостей удаляются последняя строка и столбец? Что будет, если их не удалить?
3. Как определить ток в любой ветви, зная узловые потенциалы?
4. Как изменится расчет, если изменить очередность ветвей в Т-списке?
5. Как использовать изученный алгоритм для ветвей, содержащих только источники ЭДС?
6. Можно ли технологию составления Т-списка использовать для многополюсника (а не ветви)? Если да, то что в алгоритме изменится?
1. узлу, потенциал которого полагается равным нулю или некоторому фиксированному значению [↑](#footnote-ref-1)