

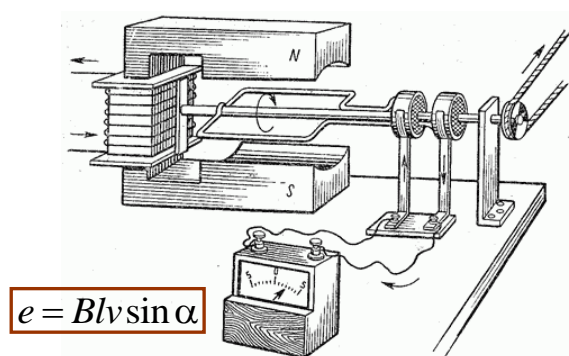
## Глава 4. Трехфазные линейные цепи синусоидального тока

### 4.1 Понятие о многофазных системах ЭДС, напряжения и тока

Условия получения, передачи и потребления электрической энергии существенно улучшаются при объединении однофазных цепей в трехфазные системы.

Преимущества:

1. Легко получается вращающееся магнитное поле в генераторах и двигателях переменного тока.
2. Мгновенная мощность, которая определяет момент на валу генератора и двигателя, в трёхфазной симметричной цепи является величиной постоянной, а не пульсирующей, как в однофазной цепи.
3. Для передачи одной и той же мощности в 3-х фазной цепи требуется меньшее суммарное сечение проводов, чем в однофазной цепи.
4. Без каких-либо преобразований легко получается два различных напряжения: линейное и фазное ( $U_{л}$  и  $U_{ф}$ ).



Получение переменной ЭДС основано на **явлении электромагнитной индукции**: при движении проводника в магнитном поле или изменении числа линий магнитной индукции через площадку, ограниченную этим проводником, возникает электродвижущая сила. **Генератором** называется машина, преобразующая механическую энергию в электрическую. Вращение рамки в магнитном

поле полюсов электромагнита приводит к появлению в проводнике переменной электродвижущей силы. Величина ЭДС зависит от магнитной индукции  $B$ , длины проводника  $l$ , скорости пересечения проводником магнитных линий  $v$  и синуса угла  $\alpha$  между направлением движения проводника и направлением магнитного поля.

**Многофазной системой** электрических цепей называется совокупность электрических цепей, в которых действуют синусоидальные электродвижущие силы одной и той же частоты, сдвинутые друг относительно друга по фазе, создаваемые общим источником энергии. Совокупность подобных ЭДС, равно как и совокупность синусоидальных электрических токов или напряжений одной частоты, сдвинутых друг относительно друга по фазе, называется многофазной системой соответственно ЭДС или напряжений (токов). Число фаз многофазной системы электрических цепей принято обозначать буквой  $m$ . При  $m = 2, 3, 4$  и т.д. многофазные системы электрических цепей называют соответственно двух-, трех-, четырехфазными и т.д. системами электрических цепей. Многофазные системы ЭДС, токов и напряжений принято подразделять на симметричные и несимметричные системы. **Симметричной  $m$  – фазной системой ЭДС**

(токов, напряжений) называется система, в которой максимальные значения всех ЭДС (токов, напряжений) одинаковы, но по фазе каждая последующая ЭДС (ток, напряжение) отстает от предыдущей ЭДС (предыдущего тока, напряжения) на угол  $q \frac{2\pi}{m}$ , где  $q = 0, 1, \dots, m-1$ .

**Трехфазная цепь** представляет собой совокупность трехфазных источников, трехфазной нагрузки и трехпроводной (или четырехпроводной) системы проводов, связывающих источники и нагрузку. Создателем трехфазной системы является выдающийся русский инженер и ученый М.О. Доливо -Добровольский.

В 1891 г. на Франкфуртской электротехнической выставке была представлена система передачи энергии на трехфазном токе из Лауфена на реке Некар (приток Майна) во Франкфурт на Майне. Длина линии составляла 170 км, провода воздушные, расстояние между опорами около 60 м.



Доливо-Добровольский  
Михаил  
Осипович  
(1862-1919 гг.)

В состав системы входили:

- водяная турбина мощностью 304 л.с.;
- трехфазный синхронный генератор 230 кВА, 95 В, соединение обмоток статора в «звезду», частота 30-40 Гц, 150 об/мин;
- повышающий и понижающий трансформатор;
- трансформаторы для питания освещения и асинхронный короткозамкнутый двигатель мощностью 100 л.с. с числом полюсов, равным восьми, что соответствовало синхронной скорости 450-600 об/мин. Двигатель приводил во вращение гидронасос. На выставке имитировался водопад на реке Некар, приводивший во вращение турбину.

Напряжение в линии передачи вначале было 15 кВ, а затем после установки новых трансформаторов оно было доведено до 28,3 кВ.

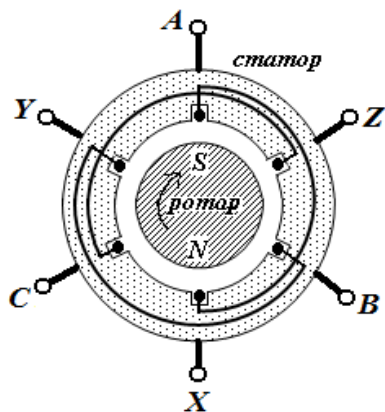
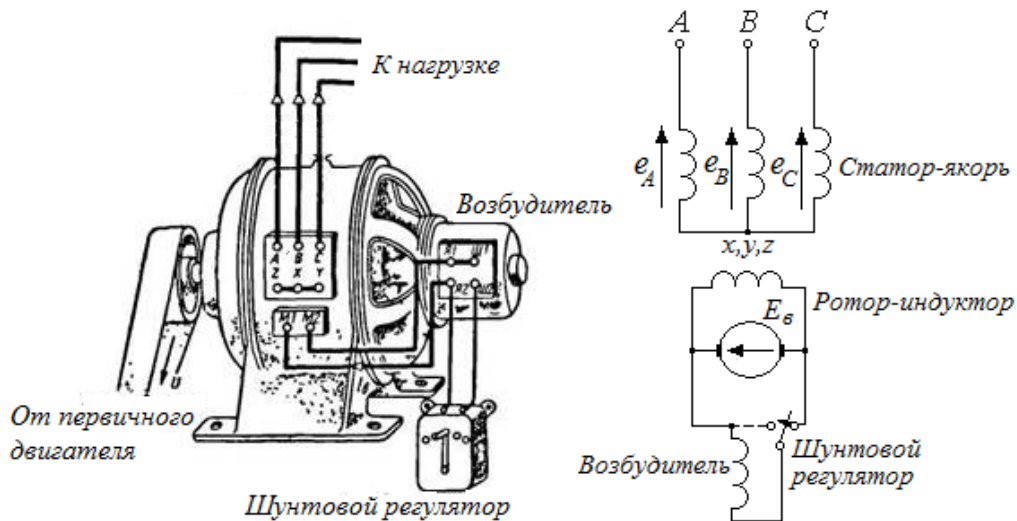
В трёхфазных цепях используют два понятия **фазы**:

1. Фаза – фаза синусоидального колебания и начальная фаза синусоидального колебания.
2. Фаза – как составная часть многофазной системы, в которой один и тот же ток с определенной начальной фазой.

Каждая фаза имеет буквенное обозначение. В России фазы обозначаются заглавными буквами *A*, *B*, *C*. В качестве трехфазных источников чаще других применяются синхронные генераторы.

В качестве трехфазных источников чаще других применяются синхронные генераторы (генератор с постоянной частотой вращения ротора). На неподвижной части синхронного генератора - статоре помещены три обмотки, расположенные в

пространстве относительно друг друга под  $120^\circ$ . Одна фаза обмотки состоит из проводников, распределенных равномерно на  $1/3$  внутренней поверхности статора (внешнего массивного неподвижного полого цилиндра из ферромагнитного материала). Две другие фазы обмотки занимают такие же участки внутренней поверхности статора, так что в целом трехфазная обмотка представляет собой систему проводников, равномерно распределенных вдоль воздушного зазора. Внутри статора соосно с ним расположена подвижная часть электрической машины - ротор. Между статором и ротором находится воздушный зазор. Обмотки ротора, создающие магнитное поле в зазоре между ротором и статором, подсоединены к системе возбуждения<sup>1</sup>. Если электромагнит привести в движение во вращение с угловой скоростью, близкой к  $\omega$ , то он будет продолжать вращаться и достигнет частоты вращения равной  $\omega$ . В зазоре между ротором и статором появится вращающееся магнитное поле, а в обмотках статора<sup>2</sup> будут индуцироваться ЭДС, изменяющиеся по синусоидальному закону. Обмотки статора подсоединяются к внешней трехфазной системе (к нагрузке).



Если для наглядности представить обмотки статора состоящими из одного витка, то на статоре будет только шесть пазов, в каждом из которых будет лежать половина витка обмотки. Концы обмоток генератора статора обычно маркируют буквами:  $A$  – начало,  $x$  – конец обмотки фазы  $A$ . Соответственно для фазы  $B$ :  $(B - y)$ , для фазы  $C$  –  $(C - z)$ .

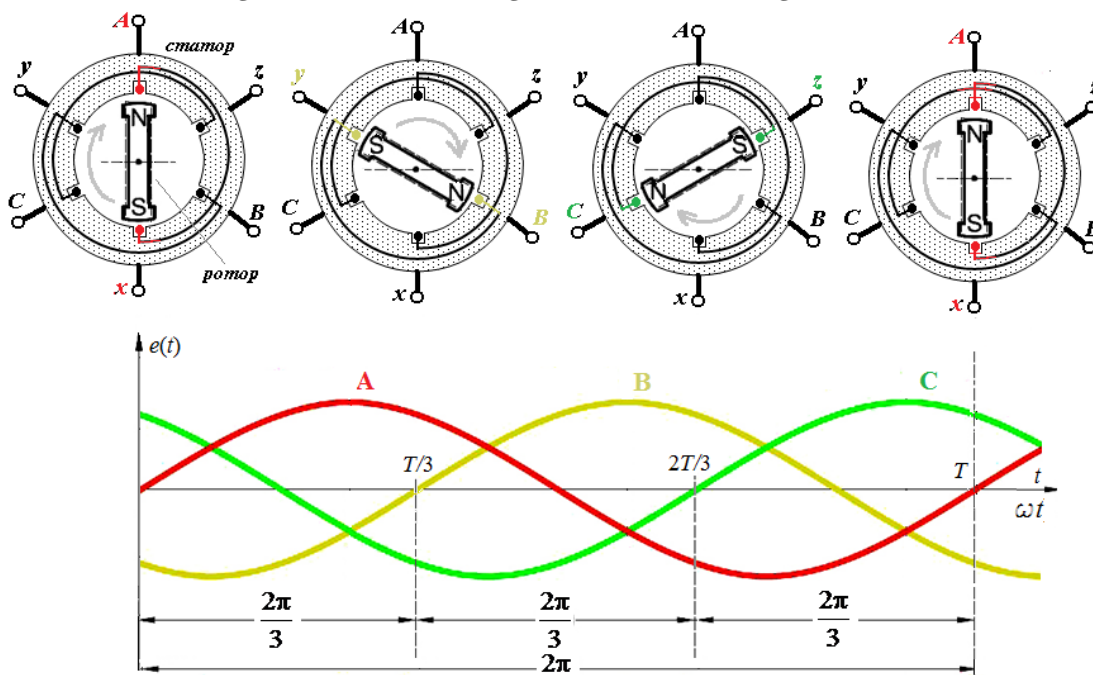
<sup>1</sup> Система возбуждения генератора - установка для генерирования постоянного тока обмотки возбуждения синхронных генераторов

<sup>2</sup> Часть машины, которая создает магнитное поле, называют *индуктором*, а ту часть, где располагается обмотка, в которой индуцируется ЭДС, называют *якорем*.

Определим начальную фазу для ЭДС, индуцированную в фазной обмотке  $A$ , за нулевую. В обмотках индуцируются ЭДС, изменяющиеся по синусоидальному закону, сдвинутые по времени относительно ЭДС фазы  $A$  соответственно на  $\frac{T}{3}$  в фазе  $B$  и  $\frac{2T}{3}$  в фазе  $C$ . Для **симметричной системы** прямой последовательности ( $q = 1$ ):

$$e_A(t) = E_m \sin \omega t, \quad e_B(t) = E_m \sin \omega(t - \frac{T}{3}) = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}),$$

$$e_C(t) = E_m \sin \omega(t - \frac{2T}{3}) = E_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}).$$



Для системы ЭДС **обратной последовательности** в обмотках индуцируются ЭДС, изменяющиеся по синусоидальному закону, сдвинутые по времени относительно ЭДС фазы  $A$  соответственно на  $\frac{2T}{3}$  в фазе  $B$  и  $\frac{T}{3}$  в фазе  $C$ . В таком случае  $q = 2$ :

$$e_A(t) = E_m \sin \omega t,$$

$$e_B(t) = E_m \sin \omega(t - \frac{2T}{3}) = E_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}),$$

$$e_C(t) = E_m \sin \omega(t - \frac{T}{3}) = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}).$$

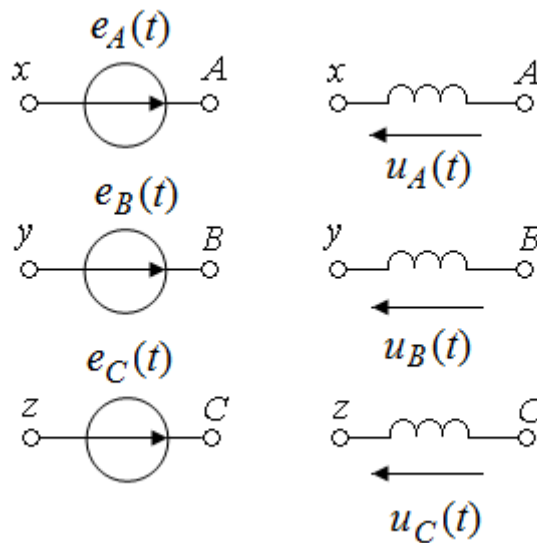
Если  $q = 0$ , то система ЭДС **нулевой последовательности**:

$$e_A(t) = e_B(t) = e_C(t) = E_m \sin(\omega t + \psi).$$

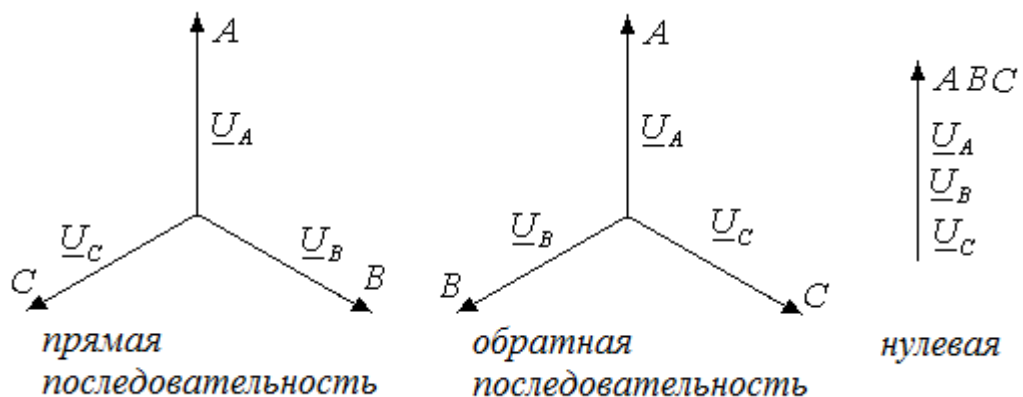
Для симметричного трехфазного генератора прямой и обратной последовательности  $e_A(t) + e_B(t) + e_C(t) = 0$ . Для нулевой последовательности  $e_A(t) + e_B(t) + e_C(t) = 3e_A(t)$ .

Частота синусоидальных ЭДС в фазах определяется по формуле  $f = ph/60$  [Гц], где  $p$  – число пар полюсов ротора,  $h$  – скорость вращения ротора (оборот в мин.). Различают тихоходные (гидро)  $p > 1$  и быстроходные (турбо) ( $p = 1$ ) генераторы.

Участки цепи, где индуцируются ЭДС, изменяющиеся по синусоидальному закону, могут быть обозначены как **фазные ЭДС**  $e_A(t)$ ,  $e_B(t)$ ,  $e_C(t)$  или как **фазные напряжения**  $u_A(t)$ ,  $u_B(t)$ ,  $u_C(t)$ . Фазное напряжение равно фазному ЭДС при ничтожно малом внутреннем сопротивлении генератора или при отсутствии нагрузки. В таком случае действующее значение фазного напряжения  $U_\phi = E_m / \sqrt{2}$ .



При использовании комплексного метода расчета определяют комплексы (вектора) фазных ЭДС или комплексы фазных напряжений:  $\underline{E}_A$   $\underline{E}_B$   $\underline{E}_C$  и  $\underline{U}_A$   $\underline{U}_B$   $\underline{U}_C$ .



Для записи трехфазных систем ЭДС, токов, напряжений используют **фазные множители**  $a$  и  $a^2$ :

$$a = 1e^{j120^\circ} = 1\angle 120^\circ = -0,5 + j0,866,$$

$$a^2 = 1e^{j240^\circ} = 1\angle 240^\circ = 1\angle -120^\circ = -0,5 - j0,866, \quad \text{причем } a + a^2 + 1 = 0.$$

Система фазных напряжений прямой последовательности с использованием фазных множителей будет записана как:

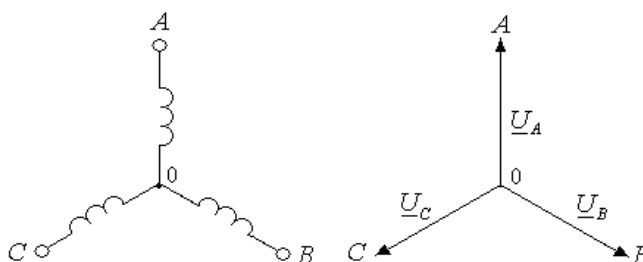
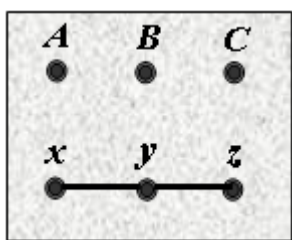
$$\underline{U}_A = U_\phi \angle 0^\circ, \quad \underline{U}_B = U_\phi \angle -120^\circ = a^2 \underline{U}_A, \quad \underline{U}_C = U_\phi \angle 120^\circ = a \underline{U}_A.$$

В дальнейшем под системой трёхфазных ЭДС (напряжений, токов) будем рассматривать **систему прямой последовательности**.

## 4.2 Виды соединений фазных обмоток генератора

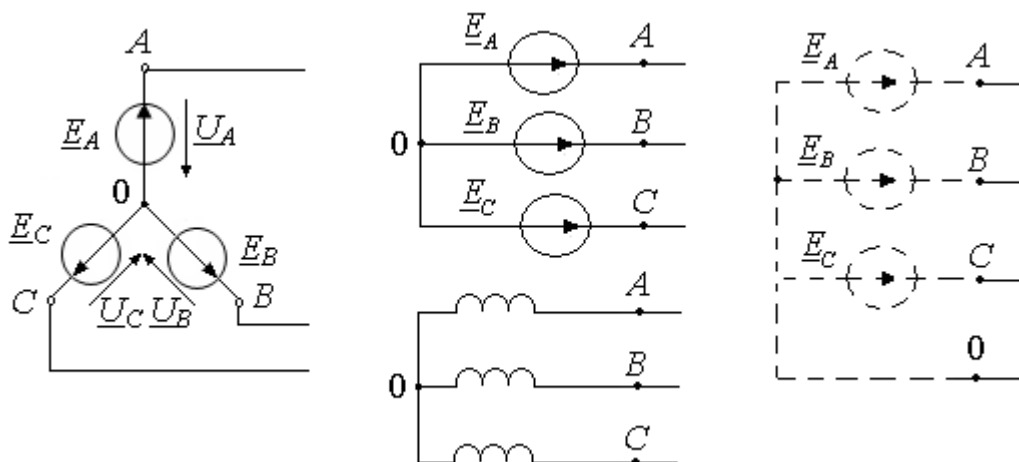
Существуют два основных способа соединения обмоток генераторов, двигателей, трансформаторов и приемников в трехфазных цепях – соединения «**звездой**» и соединения «**треугольником**».

1. Соединение «**звездой**» – концы обмоток  $x, y, z$  соединены в одну точку  $0$  (N). Общая точка называется нулевая или нейтральная точка генератора.



На рисунке показано соединение фазных обмоток «звездой» и векторная диаграмма комплексов фазных напряжений.

На схеме изображение соединения фазных обмоток "звезда" показывается разными способами, при этом возможно только указание фаз:



**Линейные напряжения** на фазах источника определяют как разность фазных:

$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$ ,  $\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$ ,  $\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$ . Комплексы линейных напряжений при соединении фазных обмоток «звездой»:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B = U_\phi \angle 0^\circ - U_\phi \angle -120^\circ = U_\phi \sqrt{3} \angle 30^\circ = U_\Delta \angle 30^\circ$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C = U_\phi \angle -120^\circ - U_\phi \angle 120^\circ = U_\phi \sqrt{3} \angle -90^\circ = U_\Delta \angle -90^\circ$$

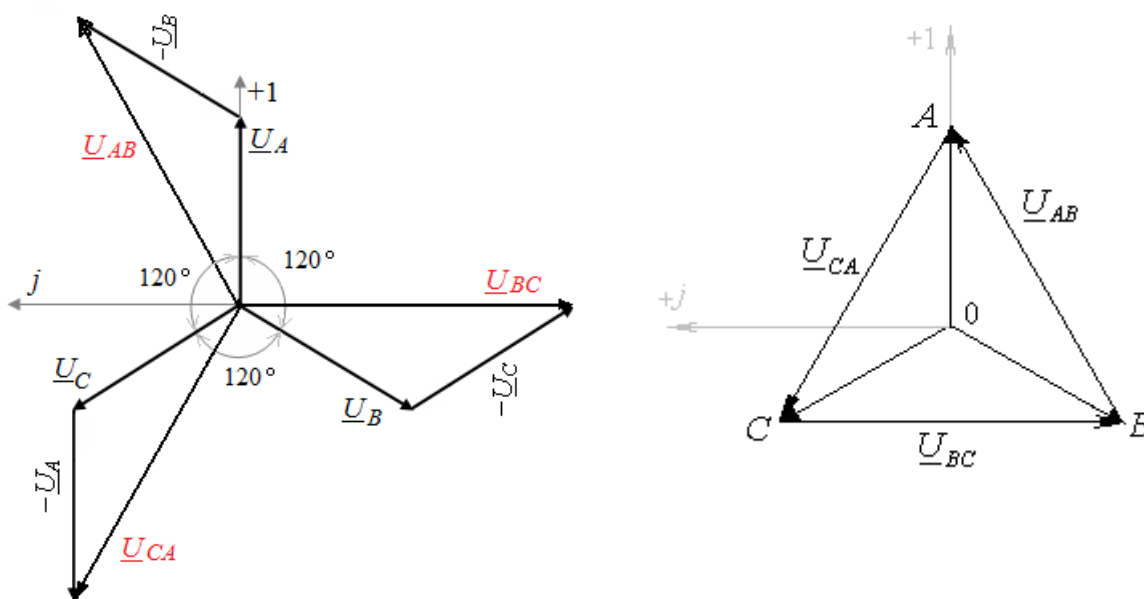
$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A = U_\phi \angle 120^\circ - U_\phi \angle 0^\circ = U_\phi \sqrt{3} \angle 150^\circ = U_\Delta \angle 150^\circ.$$

Если фазное напряжение  $U_\phi = 220$  В, то  $U_\Delta = \sqrt{3}U_\phi \approx 380$  В. Система линейных напряжений прямой последовательности с использованием фазных множителей будет записана как

$$\underline{U}_{AB} = U_\Delta \angle 30^\circ, \underline{U}_{BC} = U_\Delta \angle -90^\circ = a^2 \underline{U}_{AB}, \underline{U}_{CA} = U_\Delta \angle 150^\circ = a \underline{U}_{AB}.$$

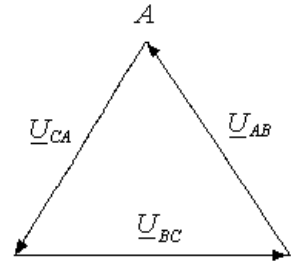
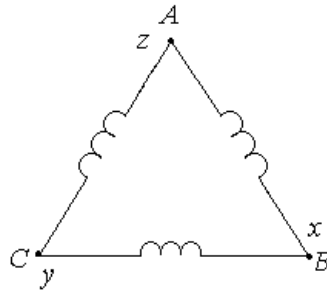
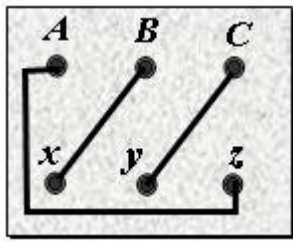
Как правило, при использовании комплексной плоскости для задач расчета трехфазных систем, ее «поворачивают» на  $90^\circ$  против часовой стрелки, чтобы фаза  $A$  располагалась вертикально.

Для источника прямой последовательности векторная диаграмма фазных и линейных напряжений имеет вид:



2. При соединении фазных обмоток «треугольником» - конец одной обмотки подсоединяется к началу другой и т.д.

На рисунке показано соединение фазных обмоток «треугольником» и векторная диаграмма комплексов напряжений на фазах. При соединении фазных обмоток генератора «треугольником»  $U_\Delta = U_\phi$ .



Система линейных (фазных) напряжений прямой последовательности с использованием фазных множителей будет записана как

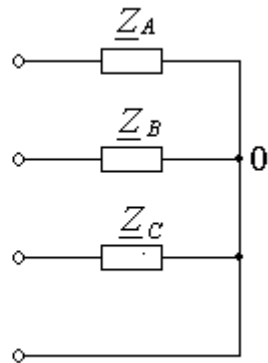
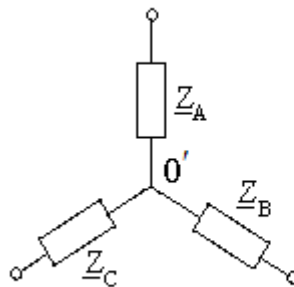
$$\underline{U}_{AB} = U_{\phi} \angle 30^{\circ}, \underline{U}_{BC} = U_{\phi} \angle -90^{\circ} = a^2 \underline{U}_{AB}, \underline{U}_{CA} = U_{\phi} \angle 150^{\circ} = a \underline{U}_{AB}.$$

*Замечание:* Так как для симметричного генератора сумма фазных ЭДС или фазных напряжений прямой последовательности равна нулю, то тока прямой последовательности в замкнутом контуре треугольника не будет.

### 4.3 Виды соединений фаз трехфазной нагрузки

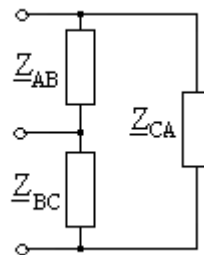
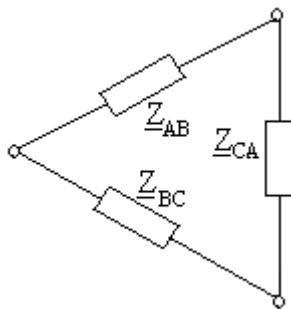
Для трехфазной нагрузки используют соединение «звездой» и соединение «треугольником».

1) Соединение фаз нагрузки "звездой"



Точка  $O'$  – нулевая точка (или нейтральная) нагрузки. Точка может быть обозначена  $N'$  или  $n$ .

2) Соединение фаз нагрузки "треугольником"





Если все сопротивления на фазу трехфазной нагрузки одинаковые ( $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ ,  $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA}$ ), то такая нагрузка (приемник) является **симметричным**.