

Лекция 4

Краткое содержание

Глава 4. Трехфазные цепи синусоидального тока

4.11. Расчет продольной несимметрии

4.12. Расчет замыкания между фазами

4.13. Метод системных схем замещения

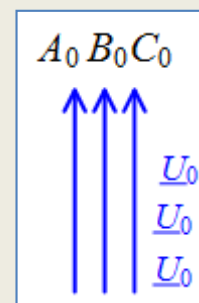
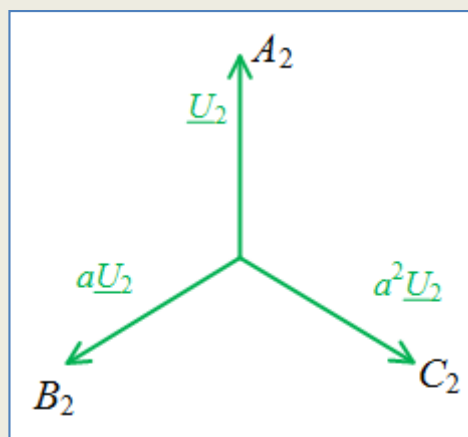
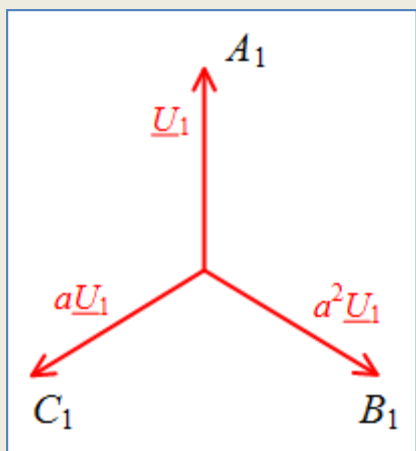
Представление симметричными составляющими

Для любых трёх векторов $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ можно определить соответствующие разложению Фортескью симметричные составляющие:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}}_S \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a\underline{U}_B + a^2\underline{U}_C) \\ \underline{U}_2 &= \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a^2\underline{U}_B + a\underline{U}_C) \\ \underline{U}_0 &= \frac{1}{3}(\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C) \end{aligned}$$



Метод симметричных составляющих

Расчет аварийных режимов в трехфазных цепях проводят **методом симметричных составляющих (МСС)**.

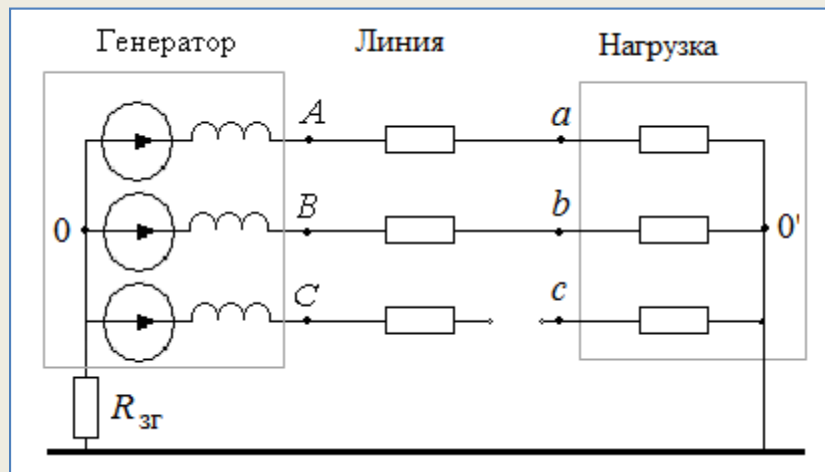
Аварийные режимы возникают при различного рода коротких замыканиях (на землю или между фаз) и обрывов фазных и линейных проводов. Различают **поперечную** и **продольную несимметрию**. Расчет аварийных режимов при динамической нагрузке основан на разложении возникающей в месте аварии несимметричной тройки напряжений и токов на составляющие прямой, обратной и нулевой последовательности. Составляются эквивалентные **однофазные расчетные схемы** прямой, обратной и нулевой последовательности с использованием комплексных сопротивлений прямой, обратной и нулевой последовательности. Дополнительно составляются уравнения, определяющие **конкретный вид аварии**.

4.11. Расчет продольной несимметрии

Рассмотрим продольную несимметрию, например **обрыв фазы**.

Параметры элементов: фазная ЭДС генератора; сопротивления генератора, линии, нагрузки для прямой, обратной и нулевой последовательностей; сопротивление заземлителя.

В примере динамическая нагрузка с соединением фазных обмоток «звездой» и соединением общей точки с землей. Проводится расчет четырехпроводной трехфазной системы.



Дано: E_{ϕ}

$$\underline{Z}_{\Gamma 1} \quad \underline{Z}_{\Gamma 2} \quad \underline{Z}_{\Gamma 0}$$

$$\underline{Z}_{\text{Л}1} = \underline{Z}_{\text{Л}2} \quad \underline{Z}_{\text{Л}0}$$

$$\underline{Z}_{\text{Н}1} \quad \underline{Z}_{\text{Н}2} \quad \underline{Z}_{\text{Н}0}$$

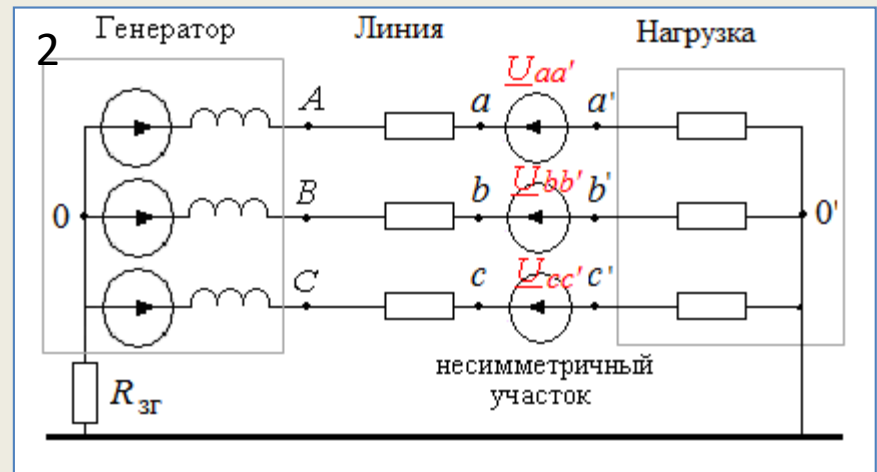
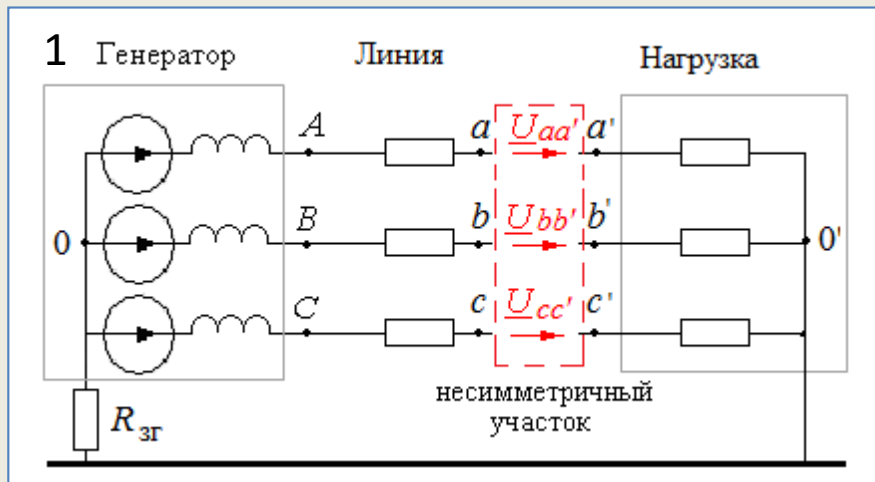
$$R_{зг} \quad [\underline{Z}_{зг}]$$

Алгоритм расчета продольной несимметрии МСС

1. **Выделяем несимметричный участок, отмечаем и маркируем напряжения** несимметричного участка, рассматривая его как шестиполюсник.
2. Несимметричную тройку напряжений **заменяем системой несимметричных ЭДС**. Отмечаем токи несимметричного участка.
3. Используем **разложение несимметричной системы напряжений на симметричные составляющие прямой, обратной и нулевой последовательностей** (разложение Фортескью), в таком случае **несимметричный участок представляется девятью ЭДС** (по три в каждой фазе). Еще три ЭДС прямой последовательности содержит трехфазный генератор.
4. Составляем **однофазные расчетные схемы** отдельно для токов **прямой, обратной и нулевой последовательности** и уравнения, связывающие ток и напряжение отдельных последовательностей $\underline{U}_1(I_1)$, $\underline{U}_2(I_2)$ и $\underline{U}_0(I_0)$. Получаем **три уравнения**, имея шесть неизвестных.
5. **Дополнительные три уравнения** составляются в соответствии с конкретным видом аварии и связывают полные токи и напряжения несимметричного участка.
6. **Решается система шести уравнений** для расчета **симметричных составляющих токов и напряжений несимметричного участка**. По расчетным схемам прямой, обратной и нулевой последовательности определяются **симметричные составляющие** остальных **токов и напряжений** трехфазной цепи.
7. В соответствии с разложением на симметричные составляющие определяются искомые токи и напряжения. **Проверка решения** - по законам Кирхгофа.

Расчет продольной несимметрии МСС

1. **Выделяем несимметричный участок, отмечаем и маркируем напряжения** несимметричного участка, рассматривая его как шестиполюсник. В данном случае несимметричный участок находится между линией и нагрузкой. Представим напряжения несимметричного участка как $\underline{U}_{aa'}$ $\underline{U}_{bb'}$ $\underline{U}_{cc'}$
2. Несимметричную тройку напряжений **заменяем системой несимметричных ЭДС**. Отмечаем токи несимметричного участка. По теореме компенсации напряжения несимметричного участка можно представить в виде системы трех ЭДС. Введем расчетные $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$ и $\underline{I}_C$ - токи несимметричного участка (совпадают с линейными токами).



Расчет продольной несимметрии МСС

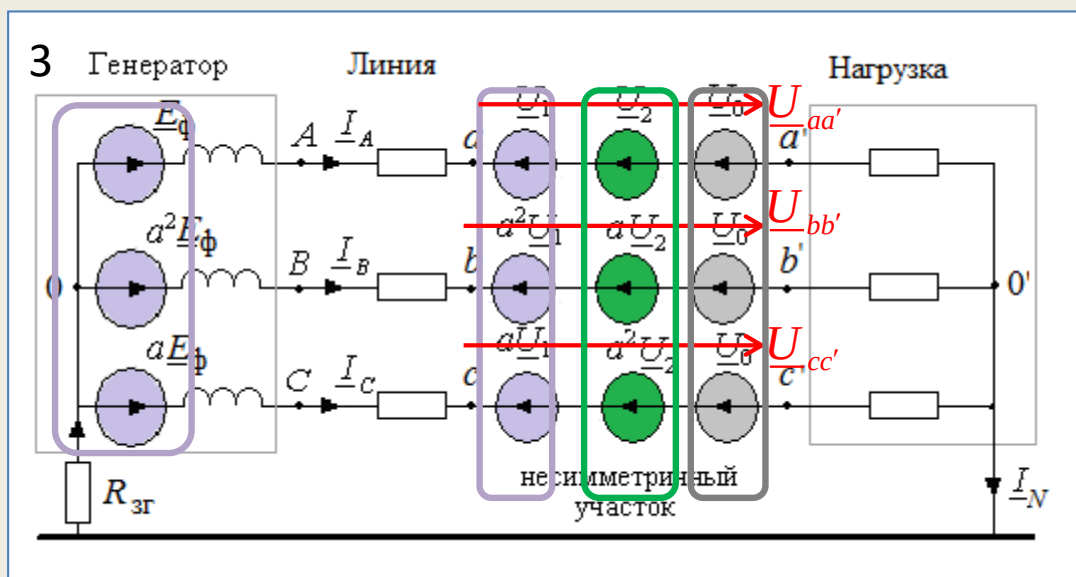
3. Используем *разложение Фортескью*

$$\underline{U}_{aa'} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0$$

$$\underline{U}_{bb'} = a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0$$

$$\underline{U}_{cc'} = a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0$$

Несимметричный участок представляется девятью ЭДС (по три в каждой фазе) . Еще три ЭДС прямой последовательности содержит трехфазный генератор.



Аналогично по симметричным составляющим прямой, обратной и нулевой последовательности раскладываются токи несимметричного участка, генератора, линии (двигателя).

$$\underline{I}_A = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0$$

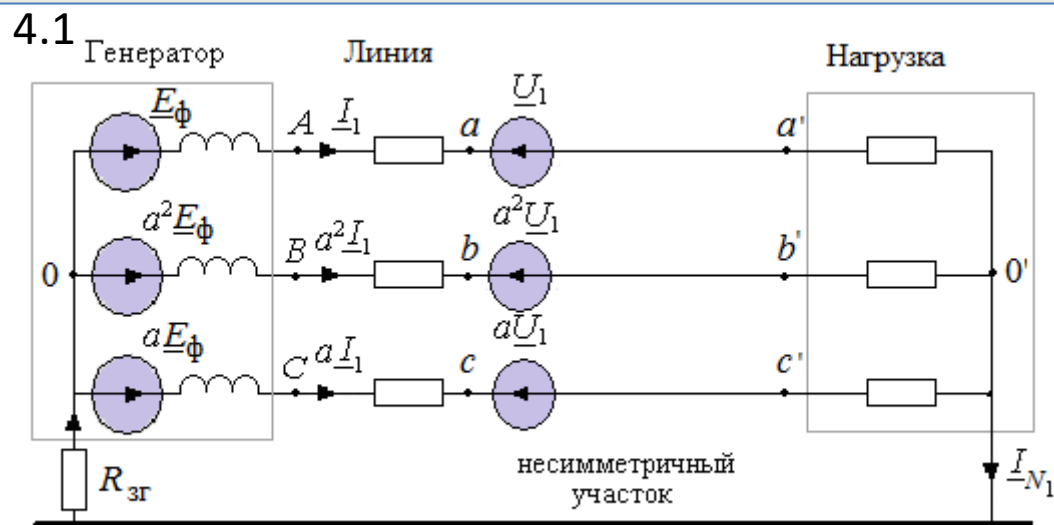
$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_1 + a \underline{I}_2 + \underline{I}_0$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 + \underline{I}_0$$

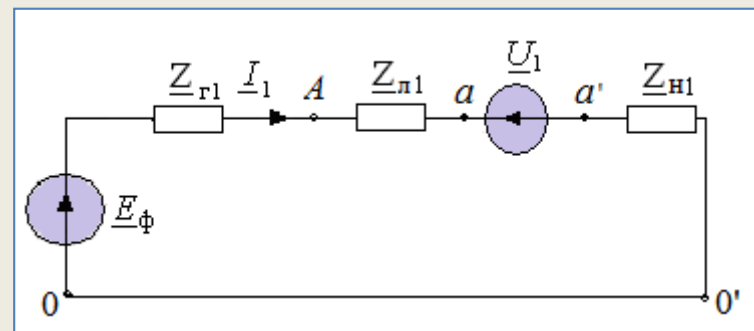
Схемы замещения прямой последовательности

4. Составляем *однофазные расчетные схемы* отдельно для токов *прямой, обратной* и *нулевой последовательности*

Прямая последовательность представлена фазными ЭДС источника и составляющими несимметричного участка. Составляем трехфазную расчетную схему прямой последовательности:



Однофазная
расчетная схема
прямой последовательности
фазы A $\varphi_0 = \varphi_{0'}$



Составляем уравнение

$$I_1(U_1) \quad (1)$$

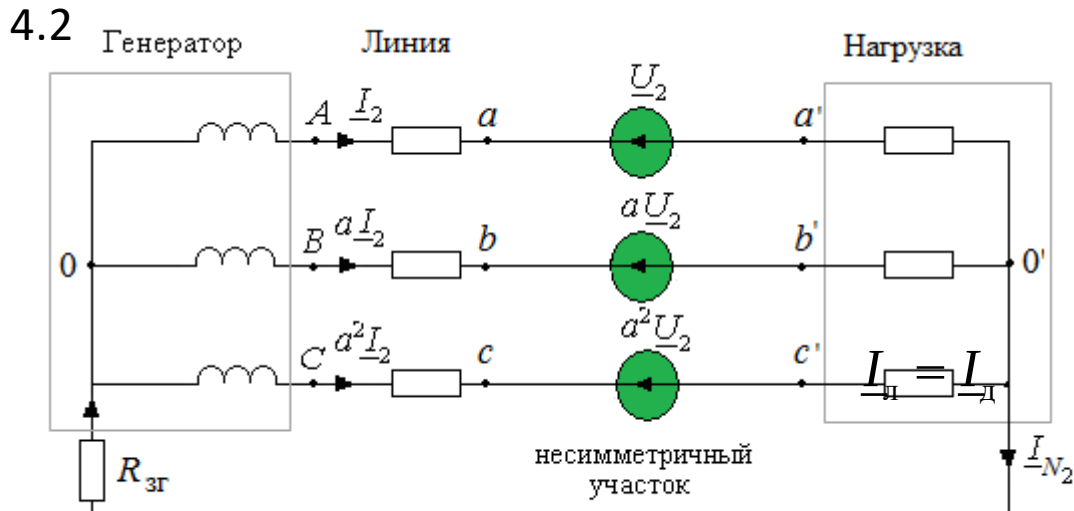
Так как $\underline{I}_{N1} = \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_1 + a \underline{I}_1 = 0$ то $\varphi_0 = \varphi_{0'}$

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_\phi + a^2 \underline{E}_\phi + a \underline{E}_\phi &= 0 \\ \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{следовательно } \varphi_0 = \varphi_{0'}$$

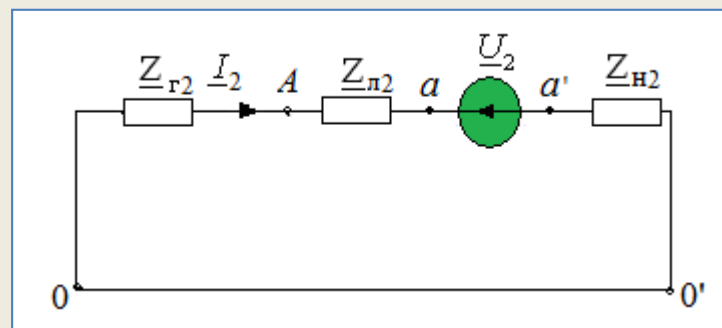
Схемы замещения обратной последовательности

4. Составляем *однофазные расчетные схемы* отдельно для токов *прямой, обратной* и *нулевой последовательности*

Обратная последовательность представлена только составляющими несимметричного участка. Составляем трехфазную расчетную схему обратной последовательности:



Однофазная
расчетная схема
обратной последовательности
фазы A $\varphi_0 = \varphi_{0'}$



Составляем уравнение

$$\underline{I}_2(\underline{U}_2) \quad (2)$$

Так как $\underline{I}_{N2} = \underline{I}_2 + a^2\underline{I}_2 + a\underline{I}_2 = 0$ то $\varphi_0 = \varphi_{0'}$

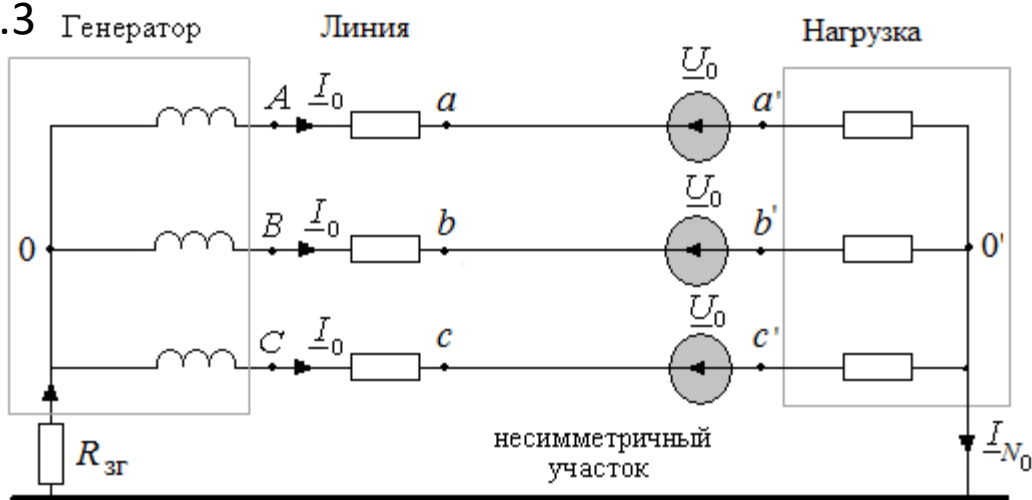
$\underline{U}_2 + a^2\underline{U}_2 + a\underline{U}_2 = 0$ следовательно $\varphi_0 = \varphi_{0'}$

Схемы замещения нулевой последовательности

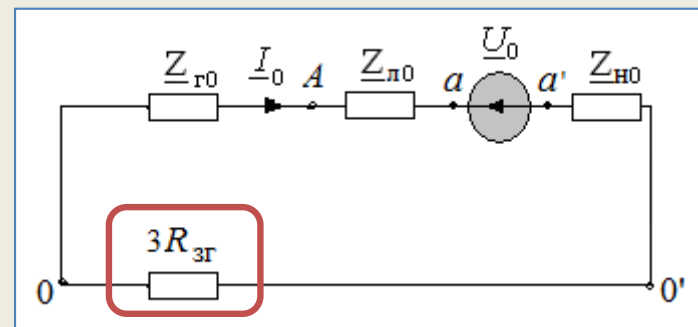
4. Составляем *однофазные расчетные схемы* отдельно для токов *прямой, обратной* и *нулевой последовательности*

Нулевая последовательность представлена только составляющими несимметричного участка. Составляем трехфазную расчетную схему нулевой последовательности:

4.3 Генератор



Однофазная
расчетная схема
нулевой последовательности
фазы A $\varphi_{0'} - \varphi_0 = 3I_0 R_{зг}$



Так как $I_{N0} = I_0 + I_0 + I_0 = 3I_0$

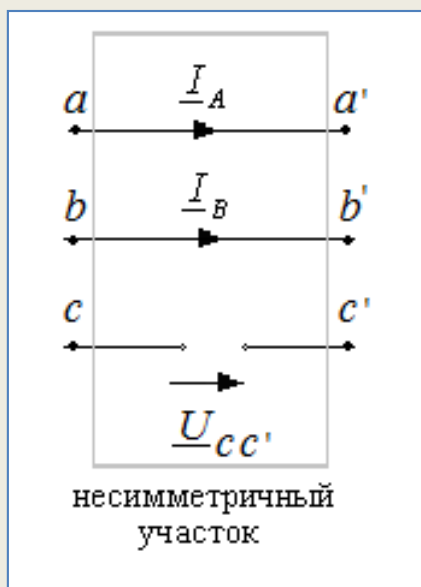
то $\varphi_{0'} - \varphi_0 = 3I_0 R_{зг}$

Составляем уравнение

$$I_0(U_0) \quad (3)$$

Дополнительные уравнения (граничные условия)

5. **Дополнительные три уравнения** составляются в соответствии с конкретным видом аварии и связывают полные токи и напряжения несимметричного участка. Соотношения для токов и напряжений отдельно для прямой (1), обратной (2) и нулевой (3) последовательностей дополняются уравнениями для полных токов и напряжений несимметричного участка ("граничные условия" или "дополнительные уравнения"). В данном примере обрыв фазы С. Схематично данная несимметрия представима следующим образом:



Необходимо рассчитать ненулевые токи $\underline{I}_A$ и $\underline{I}_B$ ненулевое напряжение $\underline{U}_{cc'}$. Таким образом данная несимметрия описывается дополнительными уравнениями:

$$\underline{U}_{aa'} = 0 \quad \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0 \quad (4)$$

$$\underline{U}_{bb'} = 0 \quad a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0 \quad (5)$$

$$\underline{I}_C = 0 \quad a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0 \quad (6)$$

Расчет токов и напряжений трехфазной цепи

6. Решается система **шести уравнений** для расчета **симметричных составляющих токов** и **напряжений несимметричного участка**. По расчетным схемам прямой, обратной и нулевой последовательности определяются **симметричные составляющие** остальных **токов и напряжений** трехфазной цепи (схемы 6.1-6.3).

$$\underline{I}_1(\underline{U}_1) \quad (1)$$

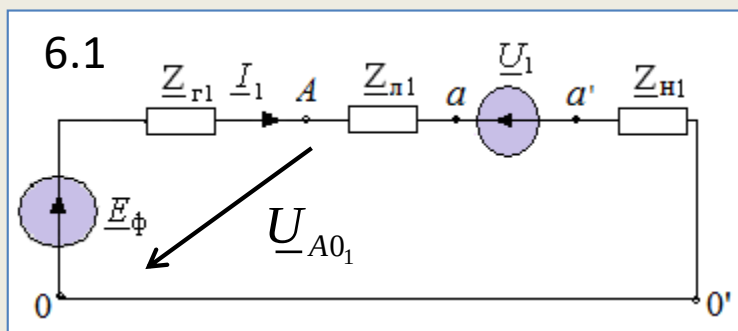
$$\underline{I}_2(\underline{U}_2) \quad (2)$$

$$\underline{I}_0(\underline{U}_0) \quad (3)$$

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0 \quad (4)$$

$$a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0 \quad (5)$$

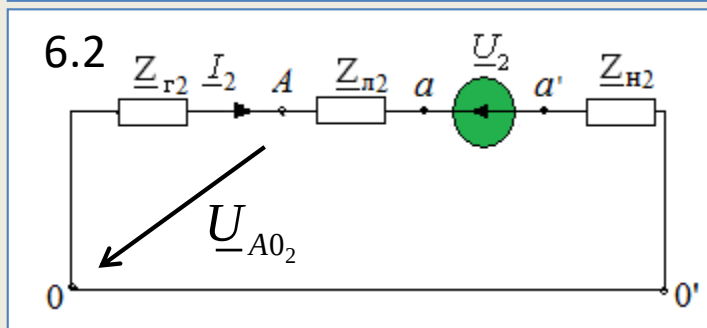
$$a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0 \quad (6)$$



$$\underline{I}_{r1} = \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_{A0_1} = \underline{E}_\phi - \underline{I}_1 \underline{Z}_{r1}$$

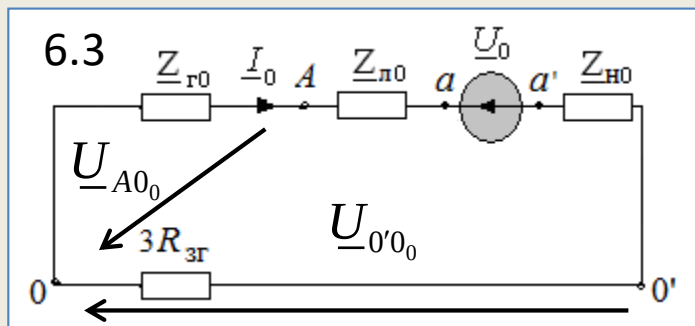
$$\underline{U}_{0'0_1} = 0$$



$$\underline{I}_{r2} = \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_{A0_2} = -\underline{I}_2 \underline{Z}_{r2}$$

$$\underline{U}_{0'0_2} = 0$$



$$\underline{I}_{r0} = \underline{I}_0 \quad \underline{U}_{A0_0} = -\underline{I}_0 \underline{Z}_{r0} \quad \underline{U}_{0'0_0} = 3\underline{I}_0 R_{3r}$$

Система уравнений для расчета симметричных составляющих токов и напряжений

6. В соответствии с разложением на симметричные составляющие определяются искомые токи и напряжения.

Фазные токи генератора, нагрузки и токи в линии

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 \\ \underline{I}_B &= a^2 \underline{I}_1 + a \underline{I}_2 + \underline{I}_0 \\ \underline{I}_C &= a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 + \underline{I}_0\end{aligned}$$

Напряжения несимметричного участка

$$\begin{aligned}\underline{U}_{aa'} &= \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 \\ \underline{U}_{bb'} &= a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0 \\ \underline{U}_{cc'} &= a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0\end{aligned}$$

Ток в нейтральном проводе (в заземлителе) $\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 3\underline{I}_0$

Фазные напряжения генератора

$$\begin{aligned}\underline{U}_{A0} &= \underline{U}_{A0_1} + \underline{U}_{A0_2} + \underline{U}_{A0_0} \\ \underline{U}_{B0} &= a^2 \underline{U}_{A0_1} + a \underline{U}_{A0_2} + \underline{U}_{A0_0} \\ \underline{U}_{C0} &= a \underline{U}_{A0_1} + a^2 \underline{U}_{A0_2} + \underline{U}_{A0_0}\end{aligned}$$

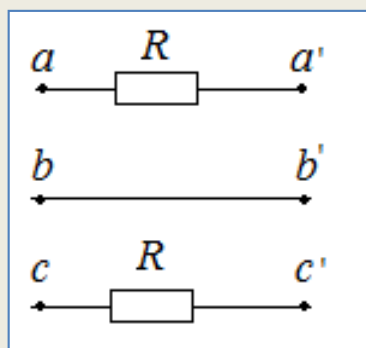
проверка расчета

$$\underline{I}_C = 0 \quad \underline{U}_{aa'} = 0 \quad \underline{U}_{bb'} = 0$$

Дополнительные уравнения (граничные условия)

Дополнительные три уравнения составляются в соответствии с конкретным видом аварии и связывают полные токи и напряжения несимметричного участка (определяют *частное* решение).

Короткое замыкание фазы В, закон Ома для фазы А и С

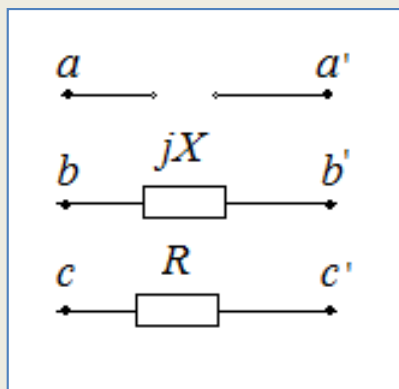


$$\underline{U}_{aa'} = R\underline{I}_A \quad \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = R(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0) \quad (4)$$

$$\underline{U}_{bb'} = 0 \quad a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0 \quad (5)$$

$$\underline{U}_{cc'} = R\underline{I}_c \quad a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = R(a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 + \underline{I}_0) \quad (6)$$

Обрыв фазы А, закон Ома для фазы А и С



$$\underline{I}_A = 0 \quad \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0 \quad (4)$$

$$\underline{U}_{bb'} = jX \underline{I}_B$$

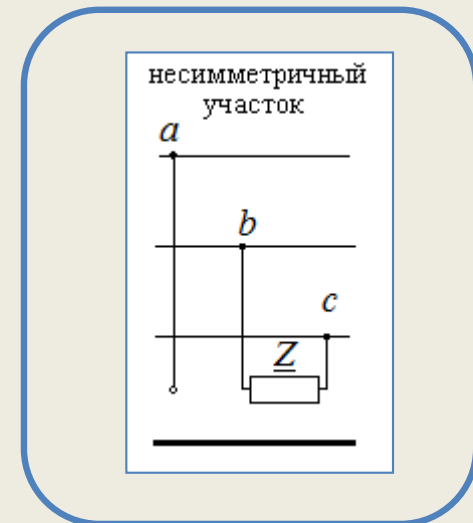
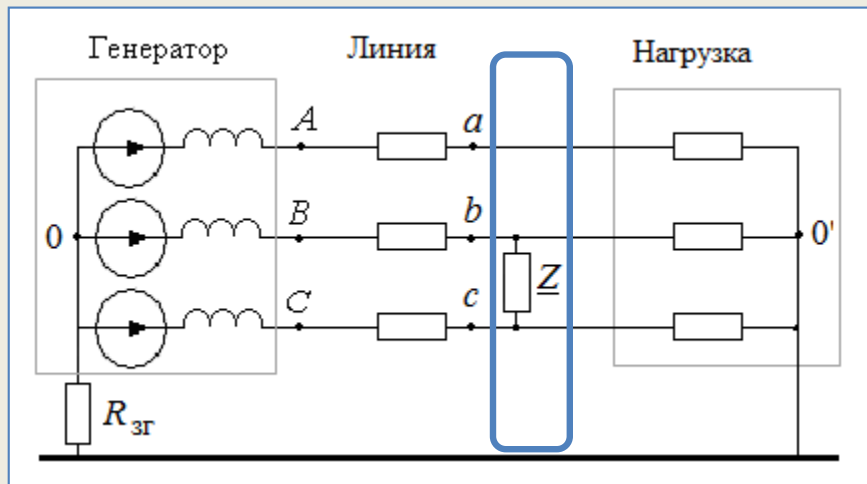
$$a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = jX (a^2 \underline{I}_1 + a \underline{I}_2 + \underline{I}_0) \quad (5)$$

$$\underline{U}_{cc'} = R\underline{I}_c$$

$$a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = R(a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 + \underline{I}_0) \quad (6)$$

4.12. Расчет замыкания между фазами

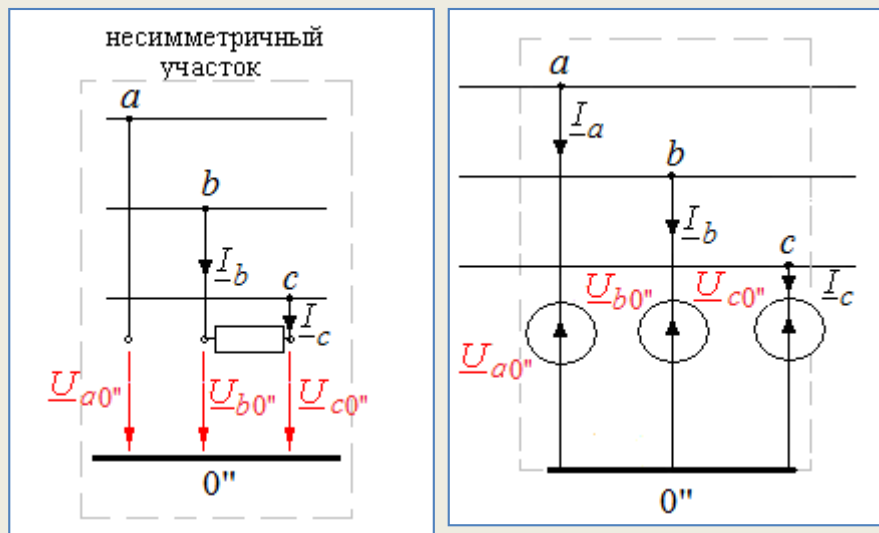
При замыкании *между фазами несимметрию* можно рассчитывать и как *поперечную*, и как *продольную*. В первом случае напряжения несимметричного участка рассматриваются относительно "земли", во втором случае относительно некоторой точки (узла) трехфазной цепи. *Отличие* двух рассмотрений проявляется *только при составлении однофазной схемы нулевой последовательности и дополнительных уравнений*. Рассмотрим пример замыкания между фазами b и c через двухполюсник $\underline{Z}$ (при коротком замыкании $\underline{Z} = 0$), несимметричный участок находится между линией и нагрузкой. Представим несимметричный участок в виде несимметричного трехфазного приемника:



Расчет замыкания между фазами

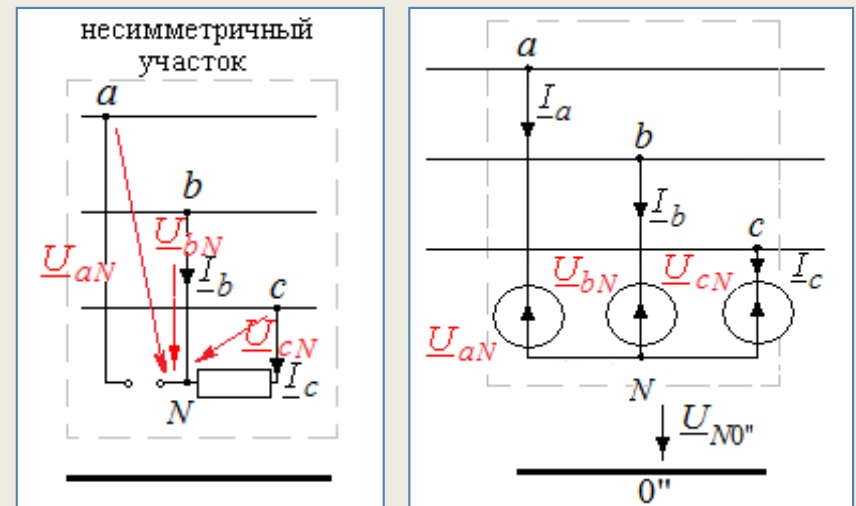
Поперечная несимметрия

При рассмотрении напряжений несимметричного участка **относительно земли** замена напряжений несимметричного участка системой трех ЭДС будет иметь следующий вид:



Продольная несимметрия

При введении дополнительной точки (узла) N напряжения несимметричного участка (несимметрия в линейных участках, что характерно для **продольной** несимметрии):

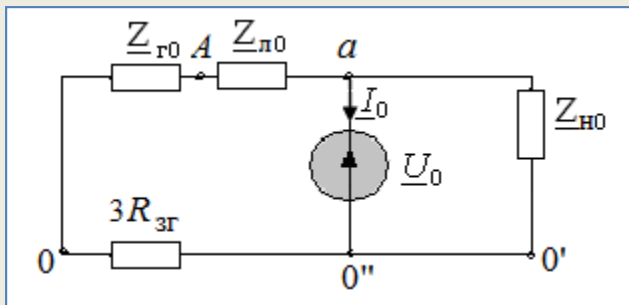


Расчет замыкания между фазами

Для однофазных схем *прямой* и *обратной* последовательности для первого варианта $\underline{\varphi}_0 = \underline{\varphi}_{0'} = \underline{\varphi}_{0''}$ и для второго варианта $\underline{\varphi}_0 = \underline{\varphi}_{0'} = \underline{\varphi}_N$, поэтому *расчетные схемы* двух вариантов *одинаковые*. Отличие в схемах *нулевой* последовательности:

Поперечная несимметрия

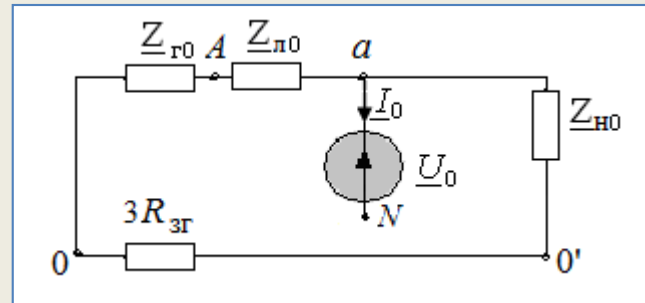
При рассмотрении напряжений несимметричного участка относительно земли (**поперечная несимметрия**) схема нулевой последовательности имеет вид



$$\underline{U}_0(\underline{I}_0) \quad (3)$$

Продольная несимметрия

При рассмотрении напряжений несимметричного участка относительно дополнительной точки (узла) N (**продольной несимметрии**) схема нулевой последовательности имеет вид:

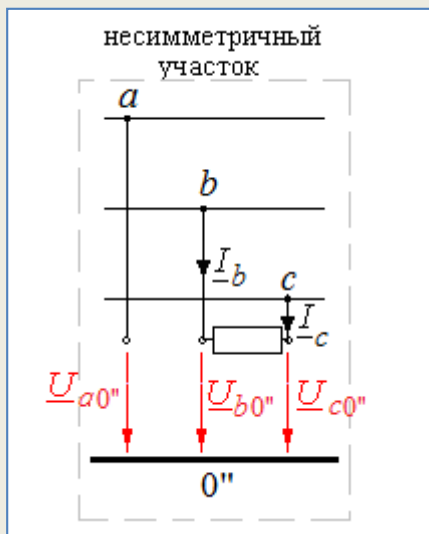


$$\begin{aligned} \underline{U}_0 &\neq 0 \\ \underline{I}_0 &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Расчет замыкания между фазами

Дополнительные уравнения должны соответствовать варианту решения:

Поперечная несимметрия



$$\underline{I}_a = 0$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0 \quad (4)$$

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0$$

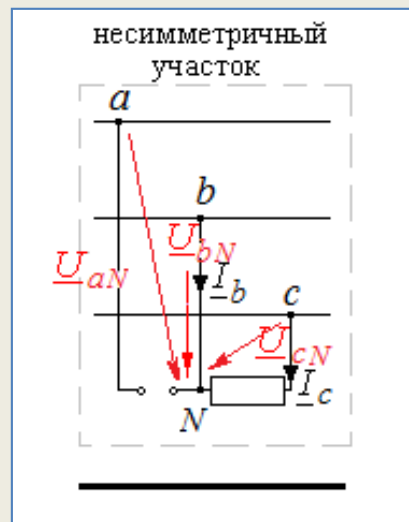
$$3\underline{I}_0 = 0 \quad \underline{I}_0 = 0 \quad (5)$$

$$\text{из (3)} \Rightarrow \underline{U}_0 = 0$$

$$\underline{U}_{c0''} - \underline{U}_{b0''} = \underline{Z} \underline{I}_c$$

$$\begin{aligned} (a\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_2 + \underline{U}_0) - (a^2\underline{U}_1 + a\underline{U}_2 + \underline{U}_0) = \\ = \underline{Z} (a\underline{I}_1 + a^2\underline{I}_2 + \underline{I}_0) \quad (6) \end{aligned}$$

Продольная несимметрия



$$\underline{I}_a = 0$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0 \quad (4)$$

$$\underline{U}_{bN} = 0 \quad (5)$$

$$a^2\underline{U}_1 + a\underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0$$

$$\underline{U}_0 \neq 0$$

$$\underline{U}_{cN} = \underline{Z} \underline{I}_c \quad (6)$$

$$(a\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_2 + \underline{U}_0) = \underline{Z} (a\underline{I}_1 + a^2\underline{I}_2 + \underline{I}_0)$$

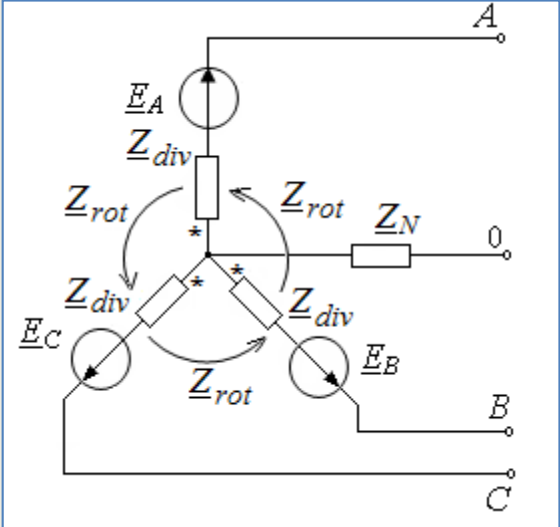
4.13. Метод системных схем замещения

Расчет МСС основан на разложении несимметричной тройки напряжений или токов на симметричные составляющие прямой, обратной и нулевой последовательности и последующем составлении однофазных симметричных расчетных схем прямой, обратной и нулевой последовательности. Реальные токи и напряжения трехфазной цепи рассчитываются после определения соответствующих симметричных составляющих. Метод **системных схем замещения** предполагает расчет токов и напряжений несимметричных режимов трехфазных цепей с динамической нагрузкой без разложения на симметричные составляющие.

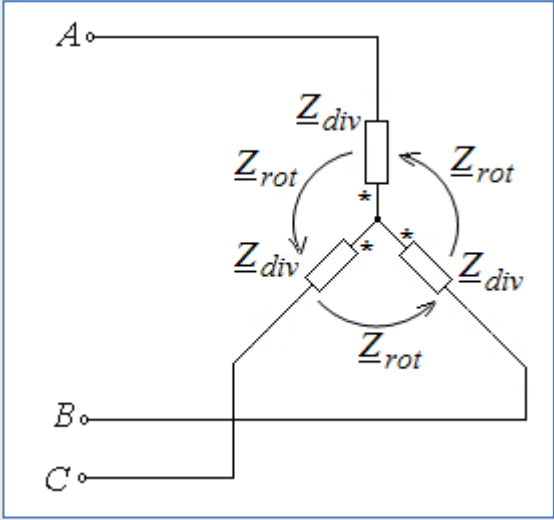
Системные модели могут содержать **управляемые источники**: ИНУТ (для Z-схем) и ИТУН (для Y-схем) (М.А. Шакиров, ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, 2003 г., №10) или рассчитанные по специальным формулам **комплексные сопротивления, учитывающие сопротивления на фазу прямой, обратной и нулевой последовательностей**. Системная модель будет содержать индуктивные связи, но не будет обладать свойством взаимности.

Системная модель синхронного генератора

Системная модель будет содержать индуктивные связи, но не будет обладать свойством взаимности. В Таблице приведены системные модели (схемы замещения) для синхронного генератора (СГ) и асинхронного двигателя (АД) с соединением фаз "звездой" и расчетные формулы параметров схем замещения (ПРАКТИКУМ ПО ТОЭ. Под ред. Шакирова М.А.: СПб, Изд-во Политехнического института, 2006 г.)

Схема замещения СГ	Параметры схемы замещения
	$\underline{Z}_{div} = \frac{(1-a^2)\underline{Z}_{r1} + (1-a)\underline{Z}_{r2}}{3}$ $\underline{Z}_{rot} = \frac{(a-a^2)}{3}(\underline{Z}_{r1} - \underline{Z}_{r2})$ $\underline{Z}_N = \frac{\underline{Z}_{r0} + a^2\underline{Z}_{r1} + a\underline{Z}_{r2}}{3}$

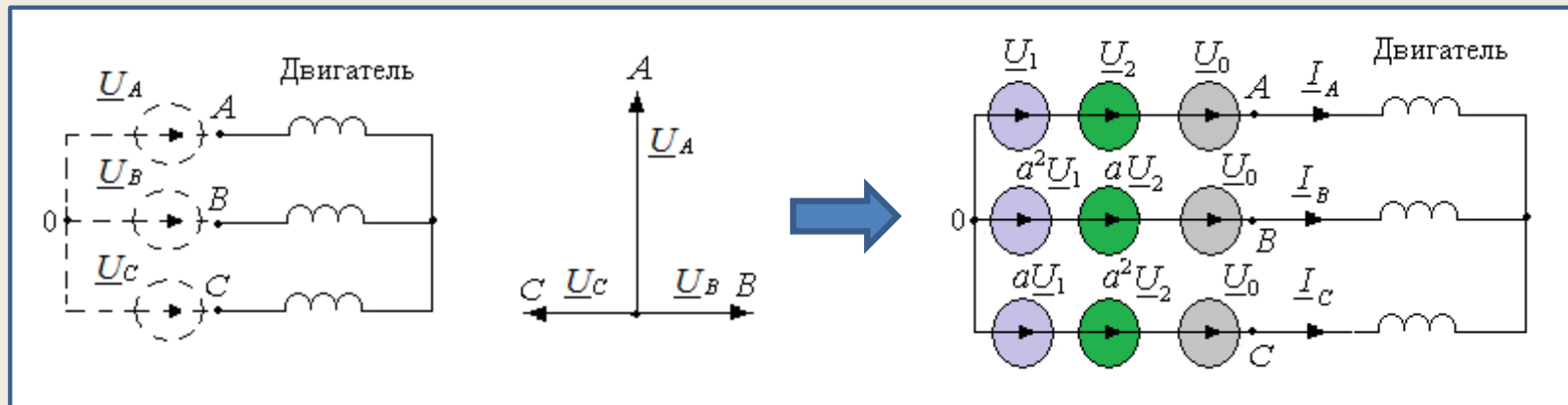
Системная модель асинхронного двигателя

Схема замещения АД	Параметры схемы замещения
	$\underline{Z}_{div} = \frac{(1-a^2)\underline{Z}_{д1} + (1-a)\underline{Z}_{д2}}{3}$ $\underline{Z}_{rot} = \frac{(a-a^2)}{3}(\underline{Z}_{д1} - \underline{Z}_{д2})$

Рассмотрим примеры использования метода симметричных составляющих и метода системных моделей для расчета несимметричных режимов в трехфазных цепях с динамической нагрузкой.

Пример решения МСС и методом системных схем

К асинхронному двигателю приложено напряжение генератора с фазными напряжениями, представленными на векторной диаграмме. Сопротивления последовательностей двигателя $\underline{Z}_{дв1}$, $\underline{Z}_{дв2}$. Найти токи в фазах двигателя.



Решение: Используем МСС. Разложим несимметричную систему фазных напряжений по симметричным составляющим:

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a\underline{U}_B + a^2\underline{U}_C)$$

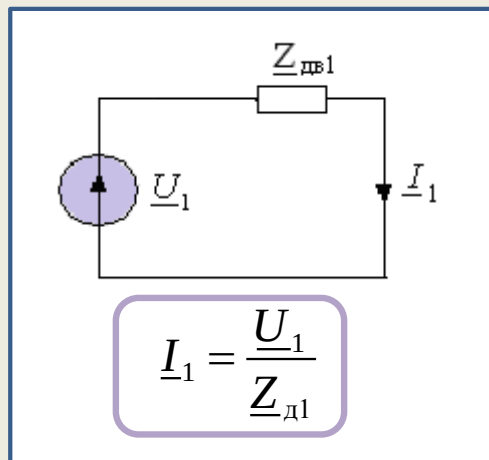
$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a^2\underline{U}_B + a\underline{U}_C)$$

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C)$$

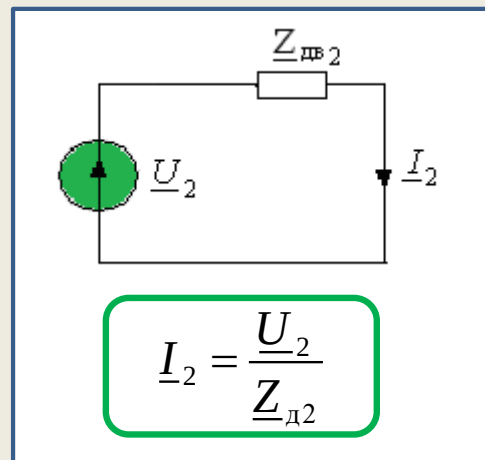
Пример решения МСС и методом системных схем

Составим расчетные схемы прямой, обратной и нулевой последовательности.

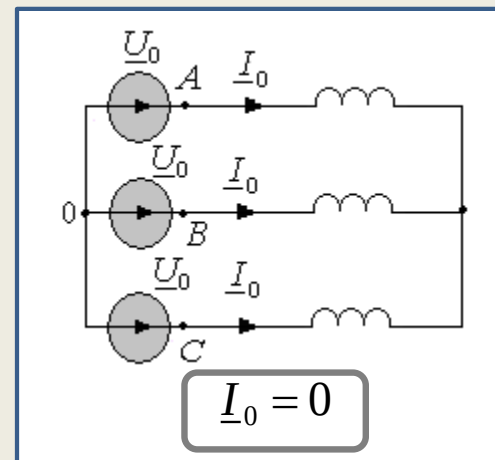
Прямая
последовательность



Обратная
последовательность



Нулевая
последовательность



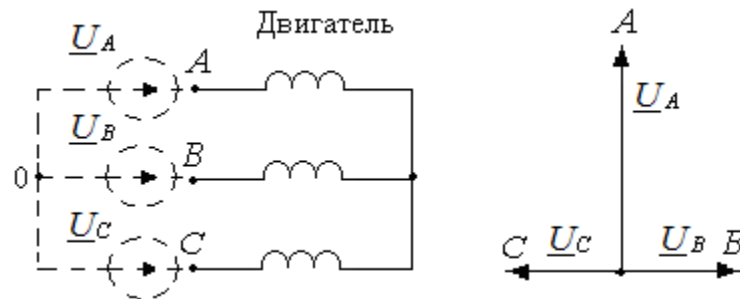
Токи двигателя:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_1 + \underline{I}_2; \quad \underline{I}_B = a^2 \underline{I}_1 + a \underline{I}_2; \quad \underline{I}_C = a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2$$

Пример решения МСС и методом системных схем

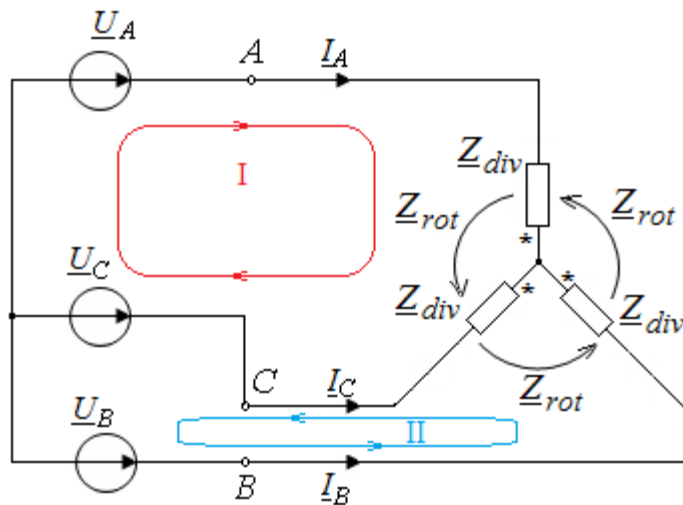
Решение: Используем **метод системных схем замещения**.

Рассчитаем параметры схемы замещения АД и составим расчетную схему:



$$\underline{Z}_{div} = \frac{(1-a^2)\underline{Z}_{д1} + (1-a)\underline{Z}_{д2}}{3}$$

$$\underline{Z}_{rot} = \frac{(a-a^2)}{3}(\underline{Z}_{д1} - \underline{Z}_{д2})$$



Составим контурные уравнения для выбранных контуров:

$$\underline{I}_I(2\underline{Z}_{div} - \underline{Z}_{rot}) + \underline{I}_{II}(\underline{Z}_{div} + \underline{Z}_{rot}) = \underline{U}_A - \underline{U}_C$$

$$\underline{I}_I(\underline{Z}_{div} - 2\underline{Z}_{rot}) + \underline{I}_{II}(2\underline{Z}_{div} - \underline{Z}_{rot}) = \underline{U}_B - \underline{U}_C$$

Токи трехфазной цепи:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_I \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{II} \quad \underline{I}_C = -(\underline{I}_I + \underline{I}_{II})$$

Автор доц. каф. ТОЭ НИУ «МЭИ»

Жохова М.П.



ZhokhovaMP@mpei.ru