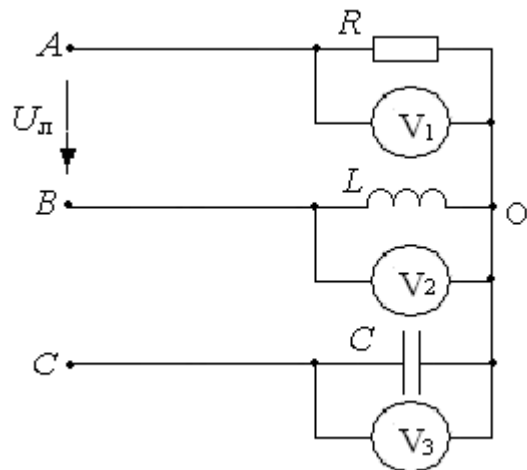


Семинар 2

Трехфазные цепи. Несимметричная нагрузка.

Расчет трехфазных цепей при несимметричной статической нагрузке проводится, как правило, с использованием формулы двух узлов и предварительного расчета напряжения смещения нейтрали. При соединении фаз приемника треугольником и идеальной линии сначала рассчитывают токи в фазах приемника, затем по первому закону Кирхгофа линейные токи. При расчете несимметричных трехфазных цепей очень полезно применение топографических и векторных диаграмм. Для измерения мощности трехпроводной трехфазной системы применяется схема с двумя ваттметрами, получившая широкое распространение в электротехнической практике.

Задача 2.1. Определить показания вольтметров, если $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, $R = \omega L = 1/\omega C = 76 \text{ Ом}$. Построить векторную диаграмму напряжений.



Решение: Фазное напряжение источника $U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}$.

Рассчитаем напряжение смещения нейтрали:

$$\underline{U}_{0'0} = \frac{220 \angle 0^\circ \cdot \frac{1}{76} + 220 \angle -120^\circ \cdot \frac{1}{j76} + 220 \angle 120^\circ \cdot \frac{1}{-j76}}{\frac{1}{76} + \frac{1}{j76} + \frac{1}{-j76}} =$$

$$= 220(1 + 1 \angle -210^\circ + 1 \angle 210^\circ) = 220(1 - 1,73) = -160,6 \text{ В},$$

Фазные напряжения на нагрузке:

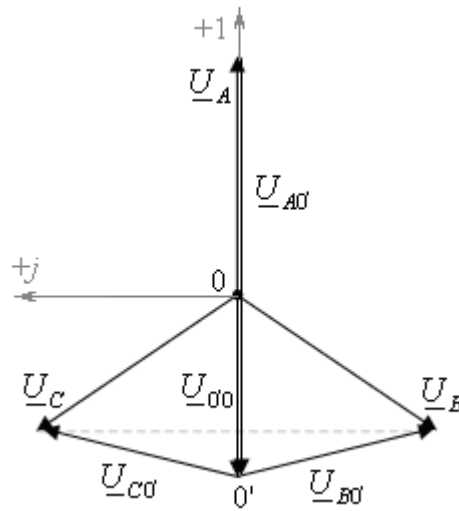
$$\underline{U}_{A0'} = \underline{U}_A - \underline{U}_{0'0} = 220 - (-160,6) = 380,6 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{B0'} = \underline{U}_B - \underline{U}_{0'0} = 220 \angle -120^\circ - (-160,6) = 196,9 \angle -75^\circ \text{ В},$$

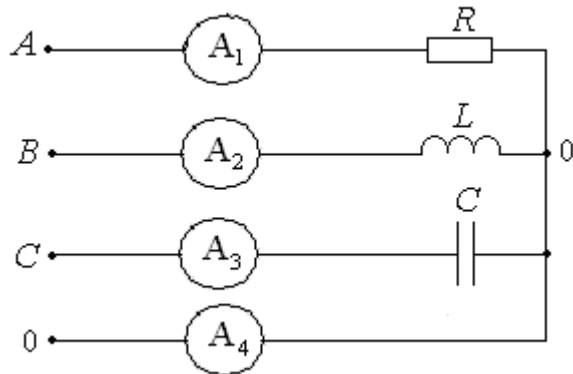
$$\underline{U}_{C0'} = \underline{U}_C - \underline{U}_{0'0} = 220 \angle 120^\circ - (-160,6) = 196,9 \angle 75^\circ \text{ В}.$$

Показания вольтметров: $U_{V1} = 380,6 \text{ В}$, $U_{V2} = U_{V3} = 196,9 \text{ В}$.

Топографическая диаграмма:



Задача 2.2. Определить показания амперметров, если фазное напряжение $U_\phi = 220$ В, а $R = \omega L = 1/\omega C = 55$ Ом. Построить векторную диаграмму токов.



Решение. Несимметричная нагрузка, идеальная нейтраль $U_{00} = 0$, токи в линейных проводах определяются фазными напряжениями на источнике.

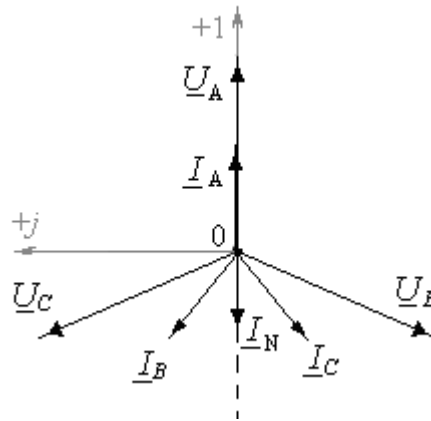
$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{R} = \frac{220}{55} = 4 \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{jX_L} = \frac{220 \angle -120^\circ}{j55} = 4 \angle -210^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{-jX_C} = \frac{220 \angle 120^\circ}{-j55} = 4 \angle 210^\circ \text{ А},$$

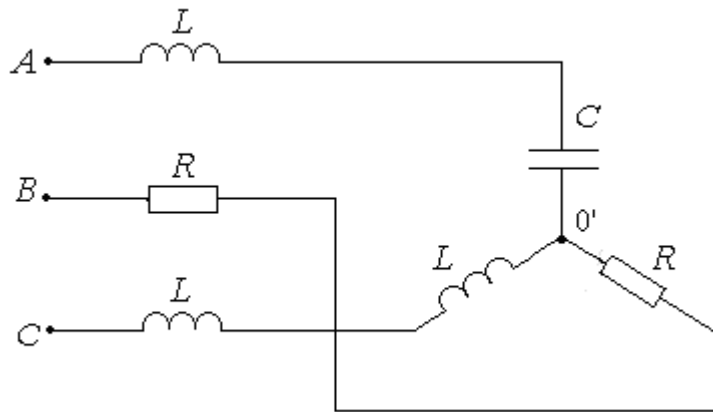
Ток в нейтрали $\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 4 + 4 \angle -210^\circ + 4 \angle 210^\circ = -2,92$ А.

Векторная диаграмма:

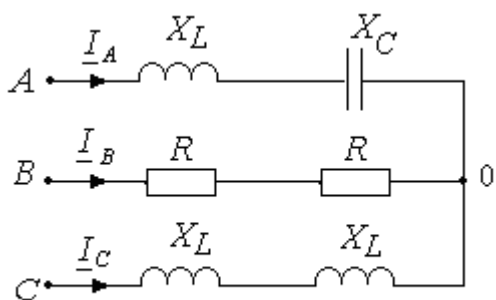


Показания амперметров: $I_{A1} = 4 \text{ A}$, $I_{A2} = 4 \text{ A}$, $I_{A3} = 4 \text{ A}$, $I_{A4} = 2,92 \text{ A}$.

Задача 2.3. Дано: $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, $R = \omega L = 1/\omega C = 30 \text{ Ом}$. Определить токи. Построить векторную диаграмму токов.



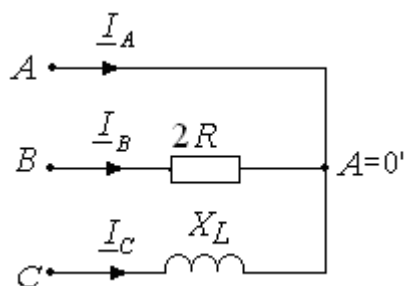
Решение: Несимметричная нагрузка в трехфазной цепи без нейтрального провода:



Фазные напряжения:

$$\underline{U}_A = 220 \text{ В}, \quad \underline{U}_B = 220 \angle -120^\circ \text{ В}, \quad \underline{U}_C = 220 \angle 120^\circ \text{ В}.$$

Эквивалентная расчетная схема (резонанс в фазе A) имеет вид:



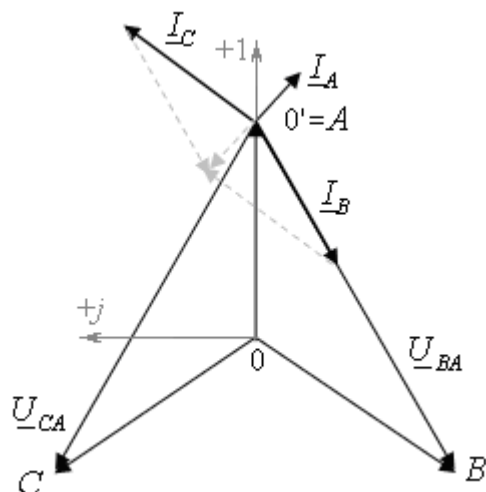
Фазные напряжения на нагрузке $\underline{U}_{B0'} = \underline{U}_{BA}$, $\underline{U}_{C0'} = \underline{U}_{CA}$, линейные токи

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_{BA}}{2R} = \frac{380 \angle -150^\circ}{60} = 6,33 \angle -150^\circ \text{ А,}$$

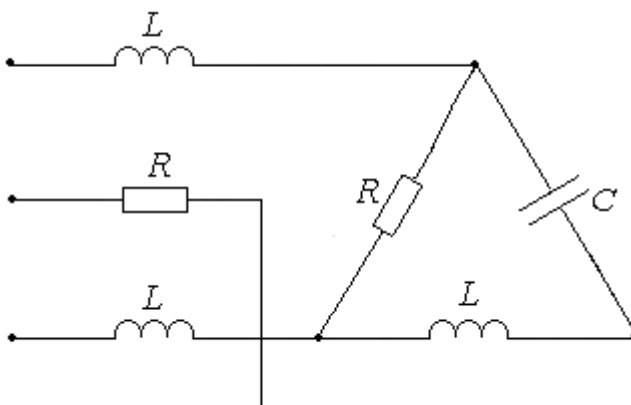
$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{CA}}{j2\omega L} = \frac{380 \angle 150^\circ}{j60} = 6,33 \angle 60^\circ \text{ А,}$$

$$\underline{I}_A = -\underline{I}_B - \underline{I}_C = -6,33 \angle -150^\circ - 6,33 \angle 60^\circ = 3,26 \angle -45^\circ \text{ А}$$

Векторная диаграмма токов:



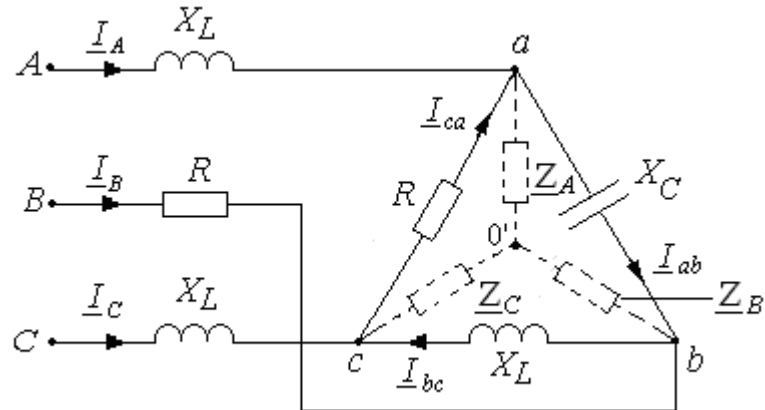
Задача 2.4. Дано: $U_{л} = 380 \text{ В}$, $R = \omega L = 1/\omega C = 38 \text{ Ом}$. Определить токи. Построить векторную диаграмму токов.



Решение: Фазные и линейные напряжения источника:

$$\underline{U}_A = 220 \angle 0^\circ \text{ В}, \quad \underline{U}_{AB} = 380 \angle 30^\circ \text{ В}, \quad \underline{U}_{BC} = 380 \angle -90^\circ \text{ В}, \quad \underline{U}_{CA} = 380 \angle 150^\circ \text{ В}.$$

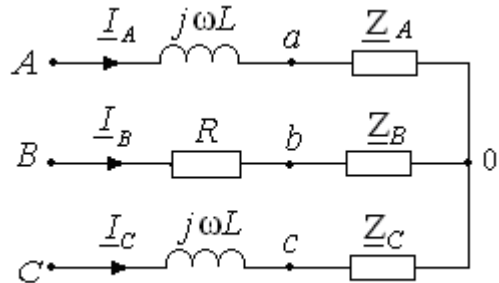
Преобразуем «треугольник» нагрузки в эквивалентную «звезду»:



$$\underline{Z}_A = \frac{R(-j\frac{1}{\omega C})}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{38(-j38)}{38 + j38 - j38} = -j38 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_B = \frac{j38(-j38)}{38 + j38 - j38} = 38 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_C = \frac{38(j38)}{38 + j38 - j38} = j38 \text{ Ом}.$$

Эквивалентная расчетная схема



Смещение нейтрали $\underline{U}_{0'0} = \underline{U}_A$, т.к. $j\omega L + \underline{Z}_A = 0$, следовательно,

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_{BA}}{R + \underline{Z}_B} = \frac{380 \angle -150^\circ}{38 + 38} = 5 \angle -150^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{CA}}{j\omega L + \underline{Z}_C} = \frac{380 \angle 150^\circ}{j38 + j38} = 5 \angle 60^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_A = -\underline{I}_B - \underline{I}_C = -5 \angle -150^\circ - 5 \angle 60^\circ = 2,58 \angle -45^\circ \text{ А}.$$

Фазные напряжения на нагрузке:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}_A \underline{Z}_A - \underline{I}_B \underline{Z}_B = 2,58 \angle -45^\circ \cdot (-j38) - 5 \angle -150^\circ (38) = 98,36 \angle 15^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_{bc} = -\underline{I}_C \underline{Z}_C + \underline{I}_B \underline{Z}_B = -5 \angle 60^\circ \cdot (j38) + 5 \angle -150^\circ (38) = 190 \angle -90^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_{ca} = \underline{I}_C \underline{Z}_C - \underline{I}_A \underline{Z}_A = 5 \angle 60^\circ \cdot (j38) - 2,58 \angle -45^\circ (-j38) = 189,9 \angle 120,1^\circ \text{ В},$$

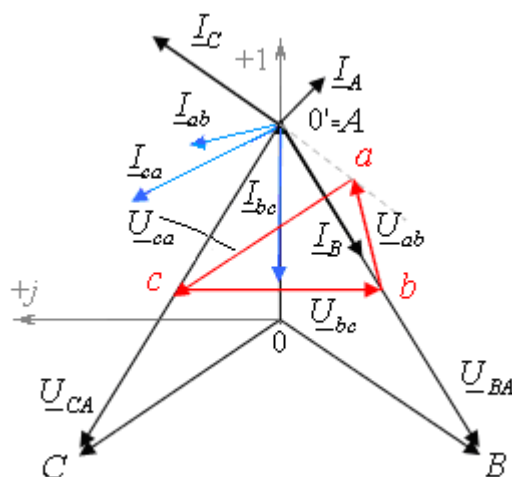
Фазные токи нагрузки:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{-j \frac{1}{\omega C}} = \frac{98,36 \angle 15^\circ}{-j38} = 2,59 \angle 105^\circ \text{ A},$$

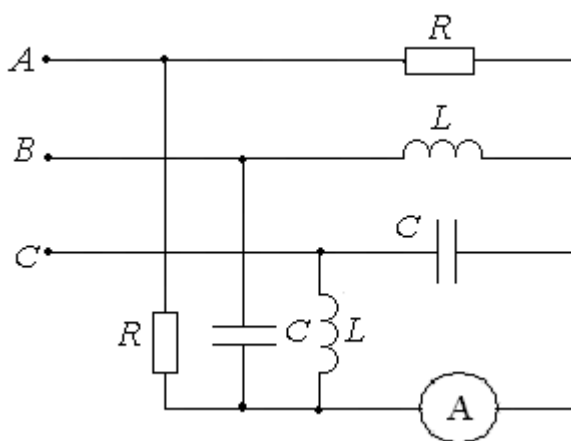
$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{j\omega L} = \frac{190 \angle -90^\circ}{j38} = 5 \angle -180^\circ \text{ A},$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{R} = \frac{189,9 \angle 120,1^\circ}{38} = 5 \angle 120,1^\circ \text{ A}.$$

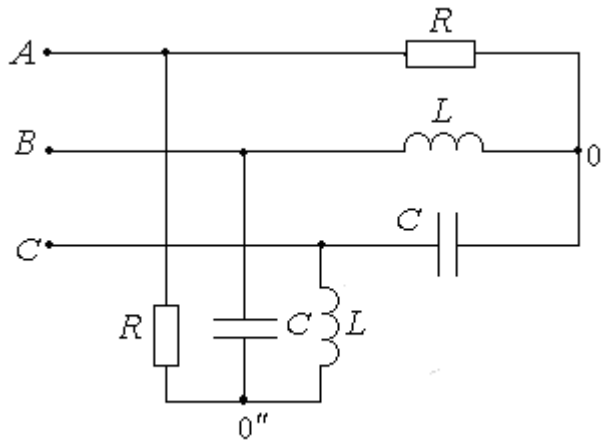
Топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов:



Задача 2.5. Дано $U_\phi = 100 \text{ В}$, $R = \omega L = 1/\omega C = 10 \text{ Ом}$. Определить показание амперметра.



Решение: Решим задачу методом эквивалентного генератора для тока \underline{I}_A :



Найдем напряжение холостого хода относительно узлов $0'0$ и $0''0$.

$$\underline{U}_{0'0} = \frac{U_0 \left[\frac{1}{R} + 1 \angle -120^\circ \left(-j \frac{1}{\omega L} \right) + 1 \angle 120^\circ (j\omega C) \right]}{\frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L} + j\omega C} =$$

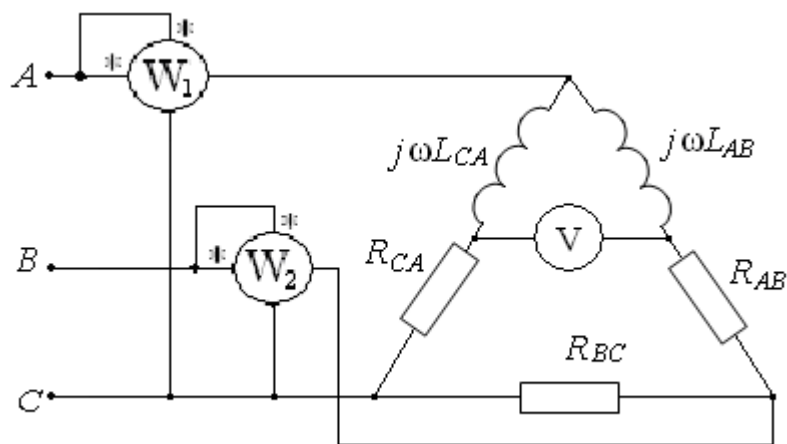
$$= \frac{100 \left[\frac{1}{10} + 1 \angle -120^\circ \left(-j \frac{1}{10} \right) + 1 \angle 120^\circ \left(j \frac{1}{10} \right) \right]}{\frac{1}{10} - j \frac{1}{10} + j \frac{1}{10}} = 100(1 + 1 \angle -210^\circ + 1 \angle 210^\circ) = -73 \text{ В.}$$

$$\underline{U}_{0''0} = \frac{100 \left[\frac{1}{1} + 1 \angle -120^\circ \left(j \frac{1}{10} \right) + 1 \angle 120^\circ \left(-j \frac{1}{10} \right) \right]}{\frac{1}{10} + j \frac{1}{10} - j \frac{1}{10}} = 273 \text{ В.}$$

Входное сопротивление относительно $0''0'$ $\underline{Z}_{0''0'} = 2R$.

$$\text{Ток через амперметр: } \underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{0''0'}}{\underline{Z}_{0''0'}} = \frac{\underline{U}_{0''0} - \underline{U}_{0'0}}{\underline{Z}_{0''0'}} = \frac{273 - (-73)}{20} = 17,3 \text{ А.}$$

Задача 2.6. Между линейными проводами симметричной трехфазной цепи с $U_{\text{л}}=380$ В включены три приемника, комплексные сопротивления которых $\underline{Z}_{AB}=12+j16$ Ом, $\underline{Z}_{BC}=12$ Ом, $\underline{Z}_{CA}=8+j16$ Ом. Найти токи в фазах нагрузки и в линейных проводах, построить векторную диаграмму токов, определить показания ваттметров.



Решение. Выберем $\underline{U}_A = U_\phi \angle 0^\circ$, тогда линейные напряжения $\underline{U}_{AB} = 380 \angle 30^\circ$ В, $\underline{U}_{BC} = 380 \angle -90^\circ$ В, $\underline{U}_{CA} = 380 \angle 150^\circ$.

Токи в фазах нагрузки: $\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{380 \angle 30^\circ}{12 + j16} = 17,47 - j7,46 = 19 \angle -23^\circ$ А,

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{380 \angle -90^\circ}{12} = -j31,67 = 31,67 \angle -90^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{380 \angle 150^\circ}{8 + j16} = 1,27 + j21,2 = 21,24 \angle 86,6^\circ \text{ А}.$$

Линейные токи определим по первому закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = 16,2 - j28,66 = 32,9 \angle -60,5^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = -17,47 - j24,21 = 29,9 \angle -125,8^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = 1,27 + j52,9 = 52,9 \angle 88,6^\circ \text{ А}.$$

Показания ваттметров определяются соотношениями

$$P_{W_1} = \operatorname{Re} \left[\underline{U}_{AC} \cdot \underline{I}_A^* \right] = 380 \cdot 32,9 \cdot \cos(-30^\circ - (-60,5^\circ)) = 10772 \text{ Вт},$$

$$P_{W_2} = \operatorname{Re} \left[\underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_B^* \right] = 380 \cdot 29,9 \cdot \cos(-90^\circ - (-125,8^\circ)) = 9215 \text{ Вт}.$$

При таком включении сумма показаний ваттметров равна активной мощности, расходуемой в нагрузке: $P_{W_1} + P_{W_2} = 19987$ Вт. Активная мощность несимметричной нагрузки:

$$P_i = I_{AB}^2 \cdot R_{AB} + I_{BC}^2 \cdot R_{BC} + I_{CA}^2 \cdot R_{CA} = 19^2 \cdot 12 + 31,67^2 \cdot 12 + 21,24^2 \cdot 8 = 19977 \text{ Вт}.$$

Комплексное напряжение

$$\begin{aligned} \underline{U}_V &= j\omega L_{CA} \cdot \underline{I}_{CA} + j\omega L_{AB} \cdot \underline{I}_{AB} = j16 \cdot (1,27 + j21,2) + j16 \cdot (17,47 - j7,46) = \\ &= -219,84 + j299,84 = 371,8 \angle 126^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

Показание вольтметра $U_V = 371,8$ В.