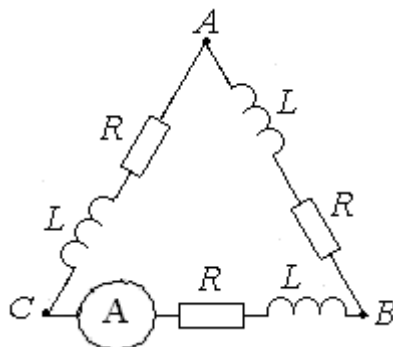


Семинар 4. Несинусоидальные режимы в трехфазных цепях

Задача 4.1. Вторичные обмотки трех одинаковых однофазных трансформаторов соединены треугольником. Первичные обмотки трансформаторов включены в разные фазы трехфазной сети. Активное сопротивление каждой обмотки $R = 5$ Ом, индуктивность $L = 15,92$ мГн. Частота $f = 50$ Гц. Фазная ЭДС

$$e_{\phi} = 220\sqrt{2} \sin \omega t + 50\sqrt{2} \sin 3\omega t + 40\sqrt{2} \sin 5\omega t - 30\sqrt{2} \sin 7\omega t + 25 \sin 9\omega t \text{ В.}$$



Найти показание амперметра электромагнитной системы.

Решение:

По гармоникам 1-ой, 5-ой, 7-ой тока в цепи не будет, т.к. сумма фазных ЭДС прямой и обратной последовательности равна нулю. Ток будет состоять из гармоник,

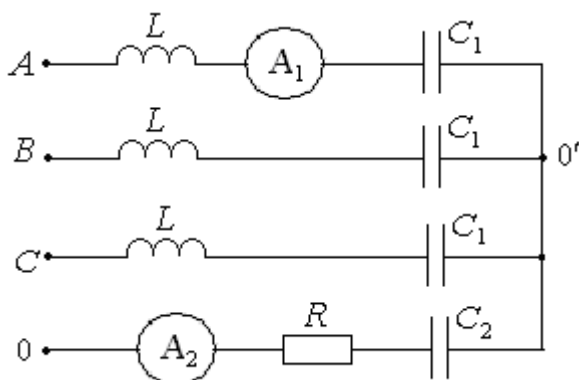
кратных трем:
$$\underline{I}^{(k)} = \frac{\sum_{k=3,9} \underline{E}^{(k)}}{\sum_{k=3,9} \underline{Z}^{(k)}} = \frac{3\underline{E}^{(k)}}{3\underline{Z}^{(k)}} \Big|_{k=3,9} = \frac{\underline{E}^{(k)}}{R + jk\omega L} \Big|_{k=3,9}.$$

Третья гармоника:
$$\underline{I}^{(3)} = \frac{50}{5 + j3 \cdot 314 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3}} = 3,16 \angle -71,5^\circ \text{ А.}$$

Девятая гармоника:
$$\underline{I}^{(9)} = \frac{25}{5 + j9 \cdot 314 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3}} = 0,55 \angle -83,7^\circ \text{ А.}$$

Действующее значение тока:
$$I_A = \sqrt{(I^{(3)})^2 + (I^{(9)})^2} = \sqrt{3,16^2 + 0,55^2} = 3,21 \text{ А.}$$

Задача 4.2. В трехфазной цепи $R = 3$ Ом, $\omega L = 3$ Ом, $1/\omega C_1 = 27$ Ом, $1/\omega C_2 = 3$ Ом, фазное напряжение $u_A = 50 \sin \omega t + 30 \sin 3\omega t + 20 \sin 5\omega t + 10 \sin 9\omega t$ В.



Определить показания приборов электромагнитной системы.

Решение:

1) *Первая гармоника:* $u_A^{(1)} = 50 \sin \omega t$, прямая последовательность.

Симметричный режим, $\underline{U}_{0'0}^{(1)} = 0$, следовательно, комплекс амплитудного значения тока в

фазе А может быть рассчитан как: $\underline{I}_{Am}^{(1)} = \frac{\underline{U}_{Am}^{(1)}}{jX_L^{(1)} - jX_{C1}^{(1)}} = \frac{50 \angle 0^\circ}{j3 - j27} = 2,083 \angle 90^\circ$ А, в

остальных фазах $\underline{I}_{Bm}^{(1)} = \underline{I}_{Am}^{(1)} \angle -120^\circ$, $\underline{I}_{Cm}^{(1)} = \underline{I}_{Am}^{(1)} \angle 120^\circ$.

Ток в нейтральном проводе $\underline{I}_{Nm}^{(1)} = 0$

2) *Третья гармоника:* $u_A^{(3)} = 30 \sin 3\omega t$, нулевая последовательность.

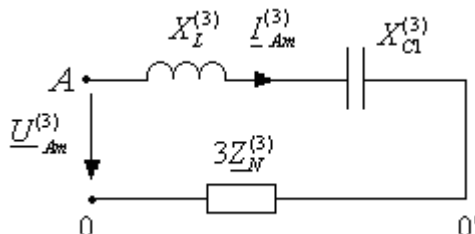
Комплексные сопротивления на третьей гармонике: $X_L^{(3)} = 3X_L^{(1)} = 9$ Ом, $X_{C1}^{(3)} = \frac{X_{C1}^{(1)}}{3} = 9$ Ом,

$X_{C2}^{(3)} = \frac{X_{C2}^{(1)}}{3} = 1$ Ом. Так как $\underline{I}_{Am}^{(3)} = \underline{I}_{Bm}^{(3)} = \underline{I}_{Cm}^{(3)}$, ток в нейтральном проводе

$\underline{I}_{Nm}^{(3)} = \underline{I}_{Am}^{(3)} + \underline{I}_{Bm}^{(3)} + \underline{I}_{Cm}^{(3)} = 3 \underline{I}_{Am}^{(3)}$.

При составлении расчетной схемы для определения комплекса амплитудного значения

тока в фазе А необходимо учесть $3\underline{Z}_N^{(3)} = 3(R - jX_{C2}^{(3)}) = 9 - j3$ Ом.



$$\underline{I}_{Am}^{(3)} = \frac{\underline{U}_{Am}^{(3)}}{jX_L^{(3)} - jX_{C1}^{(3)} + 3\underline{Z}_N^{(3)}} = \frac{30 \angle 0^\circ}{j9 - j9 + 9 - j3} = 3,164 \angle 18,43^\circ \text{ А}$$

Ток третьей гармоники в нейтральном проводе: $\underline{I}_{Nm}^{(3)} = 3\underline{I}_{Am}^{(3)} = 9,49 \angle 18,43^\circ$ А.

3) Пятая гармоника: $u_A^{(5)} = 20 \sin 5\omega t$, обратная последовательность.

Комплексные сопротивления на пятой гармонике: $X_L^{(5)} = 5X_L^{(1)} = 15 \text{ Ом}$, $X_{C1}^{(5)} = \frac{X_{C1}^{(1)}}{5} = 5,4$

Ом. Симметричный режим, $\underline{U}_{00}^{(5)} = 0$, следовательно, комплекс амплитудного значения тока в фазе А может быть рассчитан как:

$$\underline{I}_{Am}^{(5)} = \frac{\underline{U}_{Am}^{(5)}}{jX_L^{(5)} - jX_{C1}^{(5)}} = \frac{20 \angle 0^\circ}{j15 - j5,4} = 2,083 \angle -90^\circ \text{ А}$$

в остальных фазах $\underline{I}_{Bm}^{(1)} = \underline{I}_{Am}^{(1)} \angle 120^\circ$,

$$\underline{I}_{Cm}^{(1)} = \underline{I}_{Am}^{(1)} \angle -120^\circ. \text{ Ток в нейтральном проводе } \underline{I}_{Nm}^{(5)} = 0.$$

4) Девятая гармоника: $u_A^{(9)} = 10 \sin 9\omega t$, нулевая последовательность.

Комплексные сопротивления на девятой гармонике: $X_L^{(9)} = 3X_L^{(1)} = 27 \text{ Ом}$, $X_{C1}^{(9)} = \frac{X_{C1}^{(1)}}{9} = 3$

Ом, $X_{C2}^{(9)} = \frac{X_{C2}^{(1)}}{9} = \frac{1}{3} \text{ Ом}$. При составлении расчетной схемы необходимо учесть

$$3\underline{Z}_N^{(9)} = 3(R - jX_{C2}^{(9)}) = 9 - j1 \text{ Ом}.$$

$$\underline{I}_{Am}^{(9)} = \frac{\underline{U}_{Am}^{(9)}}{jX_L^{(9)} - jX_{C1}^{(9)} + 3\underline{Z}_N^{(9)}} = \frac{10 \angle 0^\circ}{j27 - j3 + 9 - j1} = 0,404 \angle -68,63^\circ \text{ А}.$$

Ток девятой гармоники в нейтральном проводе $\underline{I}_{Nm}^{(9)} = 3\underline{I}_{Am}^{(9)} = 1,212 \angle -68,63^\circ \text{ А}$.

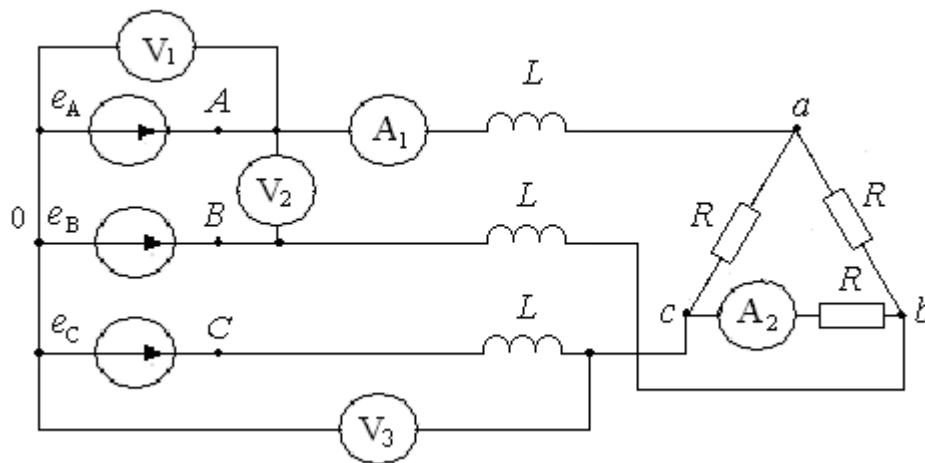
Показания приборов (действующее значение тока фазы А и действующее значение тока в нейтральном проводе):

$$I_{A1} = \sqrt{\frac{2,083^2}{2} + \frac{3,164^2}{2} + \frac{2,083^2}{2} + \frac{0,404^2}{2}} = 3,07 \text{ А},$$

$$I_{A2} = \sqrt{\frac{9,49^2}{2} + \frac{1,212^2}{2}} = 6,76 \text{ А}.$$

Задача 4.3. Фазные обмотки симметричного трехфазного генератора соединены звездой. $R = 12 \text{ Ом}$, индуктивное сопротивление линейных проводов на первой гармонике

$\omega L = 3 \text{ Ом}$. Фазная ЭДС $e_A = 283 \sin 314t - 82 \sin(3 \cdot 314t - \frac{\pi}{4}) + 42,4 \sin(5 \cdot 314t - \frac{\pi}{10}) \text{ В}$.



Определить показания приборов электромагнитной системы.

Решение: Преобразуем треугольник сопротивлений нагрузки в эквивалентную звезду. Сопротивления фаз эквивалентной звезды вместе с индуктивным сопротивлением линейных проводов составляют эквивалентное сопротивление фазы, для k -ой гармоники

$\underline{Z}_A^{(k)} = \underline{Z}_B^{(k)} = \underline{Z}_C^{(k)} = \frac{R}{3} + jk\omega L$. Так как нейтральный провод отсутствует, то токи гармоник,

кратных трем, в линии и нагрузке равны нулю: $\underline{I}_A^{(3)} = \underline{I}_B^{(3)} = \underline{I}_C^{(3)} = 0$. Действующие значения линейных токов первой и пятой гармоник соответственно равны:

$$I_A^{(1)} = I_B^{(1)} = I_C^{(1)} = \frac{283}{\sqrt{2}\sqrt{4^2 + 3^2}} = 40,1 \text{ A}, \quad I_A^{(5)} = I_B^{(5)} = I_C^{(5)} = \frac{42,4}{\sqrt{2}\sqrt{4^2 + (5 \cdot 3)^2}} = 1,93 \text{ A}.$$

Показание амперметра в линейном проводе: $I_{A1} = \sqrt{40,1^2 + 1,93^2} \approx 40,05 \text{ A}$. Так как нагрузка симметричная, в линейных и фазных токах отсутствуют гармоники, кратные трем (гармонический состав линейных и фазных токов одинаковый), то действующее значение фазного тока в треугольнике сопротивлений связано с действующим значением

линейного тока соотношением $I_{A2} = \frac{I_{A1}}{\sqrt{3}} = \frac{40,05}{\sqrt{3}} \approx 23,12 \text{ A}$.

Показание вольтметра V_1 определяется действующим значением фазного напряжения:

$$U_{V1} = U_A = \sqrt{\frac{283^2}{2} + \frac{82^2}{2} + \frac{42,4^2}{2}} \approx 210 \text{ В}.$$

Показание вольтметра V_2 определяется

действующим значением линейного напряжения (отсутствуют гармоники, кратные трем):

$$U_{V2} = U_{CA} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3} \cdot 283)^2}{2} + 0 + \frac{(\sqrt{3} \cdot 42,4)^2}{2}} \approx 351.$$

Для определения показания вольтметра V_3 рассчитаем действующее значение напряжения u_{c0} .

Первая гармоника: $\underline{I}_C^{(1)} = \frac{\underline{U}_C^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = \frac{283\angle 120^\circ}{\sqrt{2} \cdot (4 + j3)} = \frac{283\angle 120^\circ}{\sqrt{2} \cdot 5\angle 37^\circ} = 40,1\angle 83^\circ \text{ A},$

$\underline{U}_{c0}^{(1)} = \underline{U}_C^{(1)} - j\omega L \underline{I}_C^{(1)} = 200\angle 120^\circ - j3 \cdot 40,1\angle 83^\circ = 19,2 + j158,9 \approx 160\angle 83^\circ \text{ В}.$

Пятая гармоника: $\underline{I}_C^{(5)} = \frac{\underline{U}_C^{(5)}}{\underline{Z}_C^{(5)}} = \frac{42,4\angle -120^\circ}{\sqrt{2} \cdot (4 + j15)} = \frac{42,4\angle -120^\circ}{\sqrt{2} \cdot 15,5\angle 75^\circ} = 1,93\angle -195^\circ \text{ A},$

$\underline{U}_{c0}^{(5)} = \underline{U}_C^{(5)} - j5\omega L \cdot \underline{I}_C^{(1)} = \frac{42,4}{\sqrt{2}}\angle -120^\circ - j15 \cdot 1,93\angle -195^\circ = -7,5 + j1,9 \approx 7,74\angle 166^\circ \text{ В}.$

Третья гармоника: $\underline{U}_{c0}^{(3)} = \underline{U}_C^{(3)} = \frac{82}{\sqrt{2}} \text{ В}.$

Показания вольтметра V_3 : $U_{V3} = U_{c0} = \sqrt{160^2 + \left(\frac{82}{\sqrt{2}}\right)^2 + 7,74^2} \approx 170,4 \text{ В}.$