

**ФГБОУ ВПО
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

МЭИ



КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Лабораторная работа № П5

**Распространение плоской электромагнитной волны в
проводниках, помещенных в ферромагнитный паз**

Выполнил:	
Группа:	
Проверил:	

Москва-2019

Лабораторная работа № 5П

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПРОВОДНИКАХ, ПОМЕЩЕННЫХ В ФЕРРОМАГНИТНЫЙ ПАЗ

Цель работы - исследование особенностей распространения электромагнитной волны в проводниках прямоугольного сечения, помещенных в ферромагнитный паз. На основании опытного и теоретического исследования определяется распределение напряженности электрического поля (плотности переменного тока) в проводниках и напряженности магнитного поля по глубине паза, комплексное сопротивление проводников. С помощью расчета и экспериментально определяется влияние удельной проводимости проводника, частоты переменного тока на распространение плоской волны и степень проявления электрического поверхностного эффекта и эффекта близости.

Ключевые слова: плоская электромагнитная волна, прямая волна, обратная волна проводящая среда, волновое сопротивление, затухание, скорость волны, поверхностный эффект, глубина проникновения, эффект близости, сопротивление проводников синусоидальному току.

Описание установки

Рассматриваемая конструкция представляет собой модель паза статора или ротора электрической машины, где по глубине паза размещаются проводники, создающие магнитное поле. Проводимые в работе исследования связаны с определением практически важных характеристик (потери в проводниках, расчет электромагнитных моментов в машине и т.д.).

В работе используются проводники прямоугольного сечения, или шины. При исследовании поверхностного эффекта в ферромагнитный паз помещается одна шина с зажимами для подключения гибких токопроводов к трансформатору тока, закрепленному вместе с пазом в котором размещается проводник (выводы к1, к2) (рис. 1). На шине размещены датчики электрического и магнитного полей.

Датчик электрического поля (рис. 2,а) измеряет значение \underline{U}_E , пропорциональное напряженности электрического поля \underline{E}_x вдоль шины

$$\underline{U}_E = \int \underline{E} dl = \underline{E}_x l, \quad (1)$$

где l - расстояние между контактами 1 и 2, выполненными в виде отпаек на шине и расположенными вдоль линий тока. Измерительные провода располагаются вдоль линий тока в проводнике и далее для уменьшения погрешности эксперимента (исключения посторонних магнитных полей, пронизывающих измерительный контур) перевиваются.

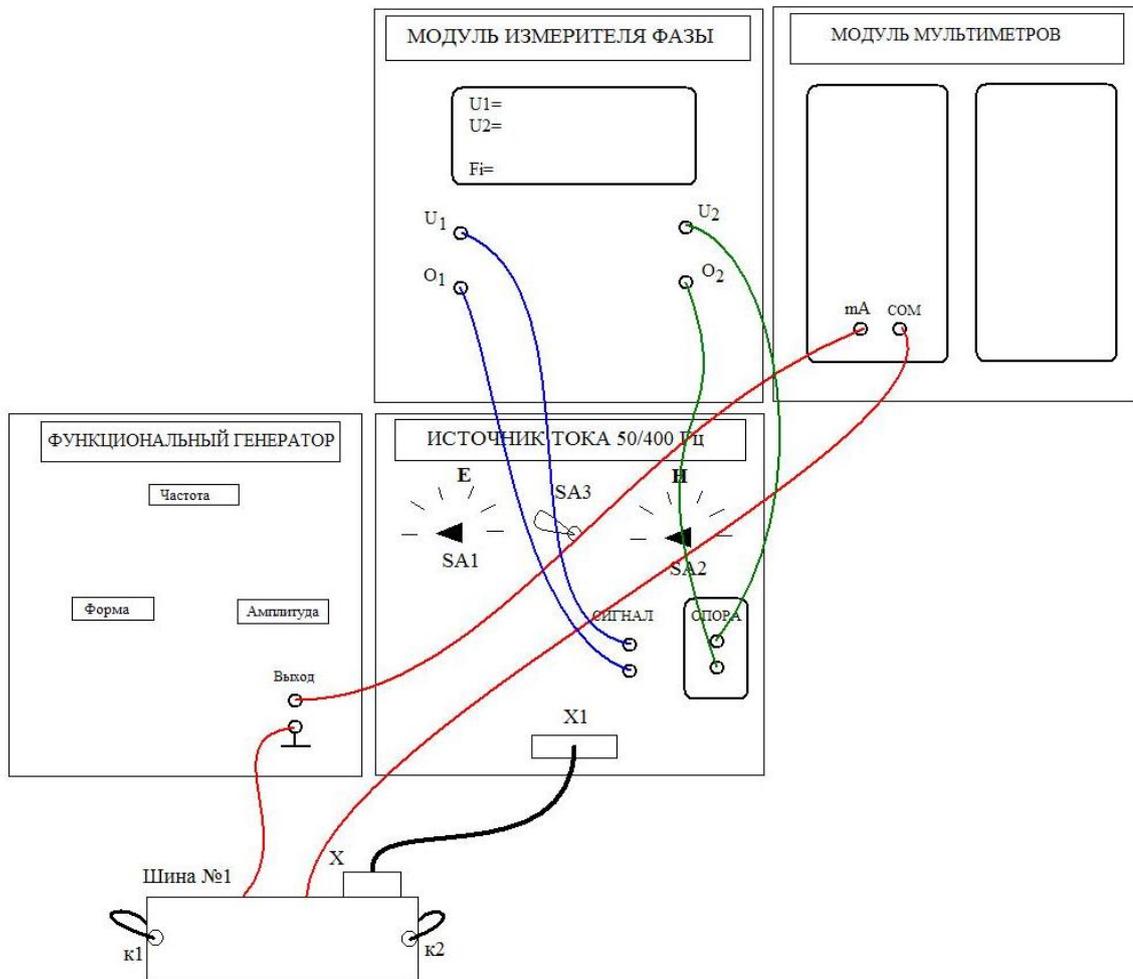


Рис.1

Датчик магнитного поля (рис. 2,б) - плоская вытянутая катушка сечением $S_{cp} = c_{cp} d_{cp}$ (размер c_{cp} выбирается минимальным) с числом витков w . Располагается датчик на боковой поверхности шины так, что нормаль к поверхности катушки совпадает с направлением напряженности магнитного поля. Напряжение \underline{U}_H на катушке пропорционально \underline{H}_y :

$$\underline{U}_H = j\omega\mu_0 S_{cp} w \underline{H}_y, \quad (2)$$

$\omega = 2\pi f$ - угловая частота, f - частота синусоидального тока в шине,

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

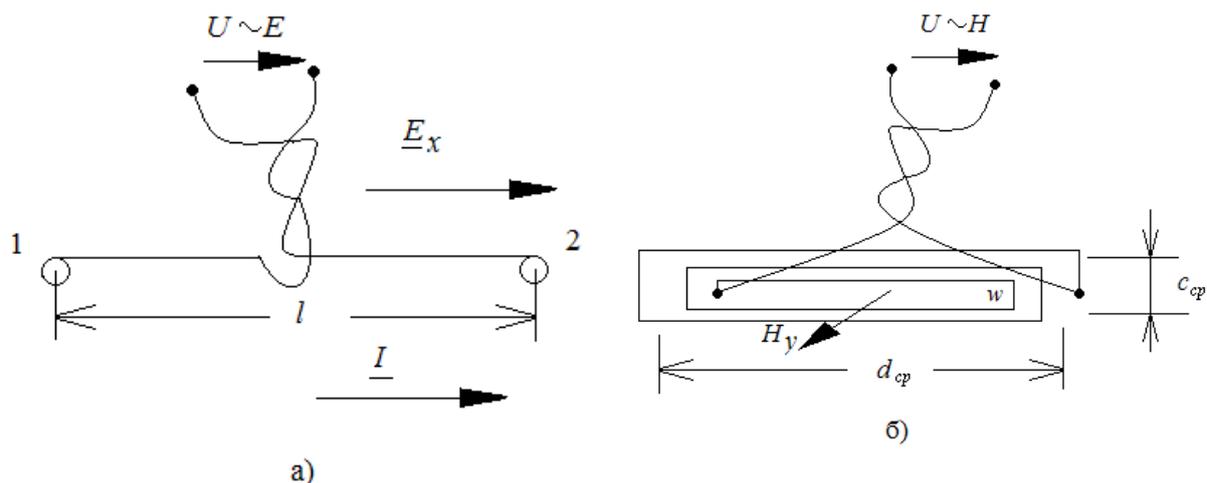


Рис.2

В шине № 1 шесть датчиков \underline{E}_x и \underline{H}_y размещаются по высоте шины с шагом 1 см. Выходы датчиков выведены на разъем X, который должен быть соединен кабелем с модулем **ИСТОЧНИК ТОКА 50/400 Гц**, являющимся модулем измерения (на разъем X1 см. рис. 1).

Модель открытого паза электрической машины собрана из листов трансформаторной стали П-образной конфигурации. В паз помещают шины.

Положения переключателя SA3 **E** и **H** соответствуют подключению модуля измерения к датчикам электрического или магнитного полей. Наибольший номер на шкалах переключателей SA2 (датчики \underline{H}_y) и SA1 (датчики \underline{E}_x) соответствуют датчикам, расположенным на большей глубине паза z.

В модуле измерения напряжение, снимаемое с датчиков, усиливается с коэффициентом усиления K_{yc} . Выводы «сигнал» служат для подключения **МОДУЛЯ ИЗМЕРИТЕЛЯ ФАЗЫ**, измеряющего напряжение $U_{1,2} = K_{yc} U_{E,H}$. Истинные значения E_x и H_y определяются следующим образом:

$$E_x = U_1 / K_{yc} = U_1 K_E. \quad (3)$$

$$H_y = U_2 / 2\pi f S_{cp} w K_{yc} \mu_0 = U_2 K_H, \quad S_{cp} = d_{cp} c_{cp} \quad (4)$$

Для определения фаз комплексных значений \underline{E}_x и \underline{H}_y к выводам «сигнал» и «опора» подключается **МОДУЛЬ ИЗМЕРИТЕЛЯ ФАЗЫ**, который измеряет угол сдвига фаз напряжений \underline{U}_1 и \underline{U}_2 относительно «опоры». В качестве «опоры» выбрано напряжение, снимаемое с верхнего датчика №2 напряженности магнитного поля. Необходимо учитывать, что в соответствии с (2) показания фазы при измерении угла \underline{U}_2 нужно

уменьшить на 90° для определения фазы \underline{H}_y , а при определении фазы \underline{E}_x – увеличить на 90° . Ток проводника регулируют ручкой Амплитуда, расположенной на лицевой панели модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**, служащего блоком питания. Значения тока в шине определяют показания **МУЛЬТИМЕТРА** в режиме измерения переменного тока с учетом коэффициента трансформации $K_{mp}=100$.

Теоретическая справка

Переменный ток в шине, расположенной в пазу (рис. 3,а), является наложением прямой плоской затухающей электромагнитной волны, распространяющейся в направлении оси z с обратной плоской затухающей электромагнитной волной, распространяющейся в обратном направлении. Поскольку магнитная проницаемость паза $\mu_{\text{паза}} \approx 0$, можно считать, что вектор магнитного поля в проводнике нормален к боковой стенке паза, в ферромагнитном материале $\underline{H}=0$, а вектор напряженности электрического поля направлен по току \underline{I} . $H(0)=H_{\text{нов}}=H_0$, $E(0)=E_{\text{нов}}=E_0$.

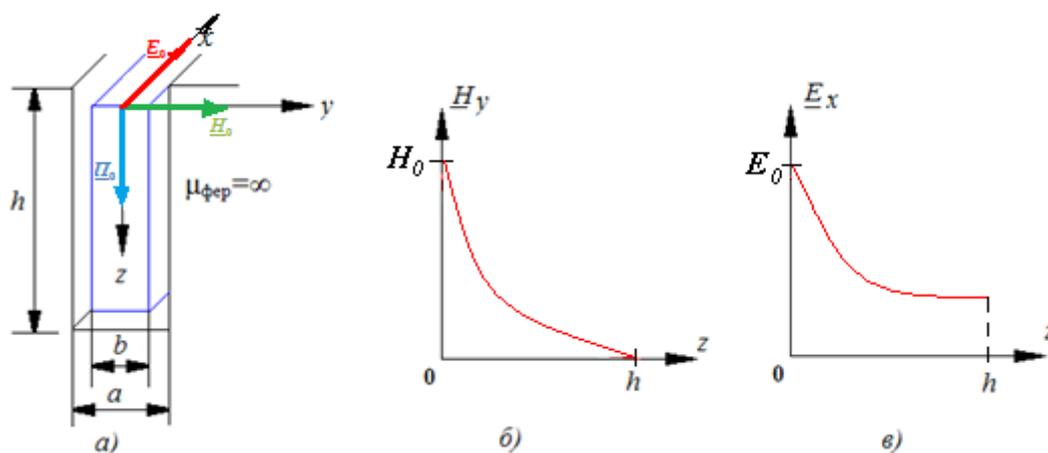


Рис.3

Описанная выше ориентация векторов характеризует плоские электромагнитные волны, т.е. волны, для которых \underline{E} и \underline{H} ортогональны и находятся в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

Уравнения Максвелла, связывающие значения \underline{E} и \underline{H} в проводнике, приводят при учете конечной толщины изоляции от стенок паза ($a \neq b$, см. рис. 3,а) к следующим дифференциальным уравнениям

$$\begin{aligned} -\partial \underline{E}_x / \partial z &= j\omega \mu \mu_0 \underline{H}_y \\ -\partial \underline{H}_y / \partial z &= \gamma \underline{E}_x b / a, \end{aligned} \quad (5)$$

где a - ширина паза, b - ширина проводника, ω - частота, μ - относительная магнитная проницаемость, σ - проводимость материала проводника.

Из решения (5) находится распределение электрического и магнитного полей в виде алгебраической суммы двух волн (прямой и обратной):

$$\begin{aligned} \underline{E}_x &= \underline{A}_1 e^{-\underline{\Gamma}z} + \underline{A}_2 e^{\underline{\Gamma}z} = \underline{E}_{x\text{пр}} + \underline{E}_{x\text{обр}}; \\ \underline{H}_y &= \underline{A}_1 e^{-\underline{\Gamma}z} / Z_c - \underline{A}_2 e^{\underline{\Gamma}z} / Z_c = \underline{H}_{y\text{пр}} - \underline{H}_{y\text{обр}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\underline{\Gamma} = (j\omega\mu\mu_0\gamma b/a)^{1/2}$ - коэффициент распространения,

$$\underline{\Gamma} = \alpha + j\beta; \quad \alpha = \beta = \sqrt{\omega\mu\mu_0\gamma b/(2a)};$$

$$\underline{Z}_c = (j\omega\mu\mu_0 b/a\gamma)^{1/2} - \text{волновое сопротивление.}$$

Длина волны λ и фазовая скорость v плоской волны в шине $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$; $v = \frac{\lambda}{T}$ (здесь $f = \frac{1}{T}$) будут значительно меньше, чем в свободном пространстве $\lambda_0 = cT$, $v_0 = c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с.

Постоянные интегрирования \underline{A}_1 и \underline{A}_2 определяются из граничных условий:

$$\text{при } z=h \text{ (дно паза) } \underline{H}_y=0, \quad \text{при } z=0 \underline{H}_y(0)=I/a. \quad (7)$$

Условия (7) непосредственно следуют из закона полного тока. После определения \underline{A}_1 и \underline{A}_2 из (6) получаем для одного проводника в пазу:

$$\begin{aligned} \underline{E}_x &= I \underline{Z}_c \operatorname{ch} \underline{\Gamma}(h-z) / (b \operatorname{sh} \underline{\Gamma}h), \\ \underline{H}_y &= I \operatorname{sh} \underline{\Gamma}(h-z) / (a \operatorname{sh} \underline{\Gamma}h). \end{aligned} \quad (8)$$

Расчеты по формулам (8) показывают монотонное уменьшение (затухание) напряженностей магнитного и электрического полей (и плотности тока) по мере углубления в паз (рис. 3, б, в). Это явление получило название поверхностного эффекта. Для его оценки вводится понятие глубины проникновения электромагнитной волны z_0 как той глубины, на которой прямая волна затухает в e раз

$$z_0 = (2a/\omega\mu\mu_0\gamma b)^{1/2} \quad (9)$$

Если в пазу располагается два проводника (рис. 4,а), то помимо затухания имеет место передача энергии между проводниками, что

приводит к нарушению монотонности распределения \underline{E} и \underline{H} по глубине паза и возникновению их экстремумов (рис. 4,б). Данное явление получило название эффекта близости.

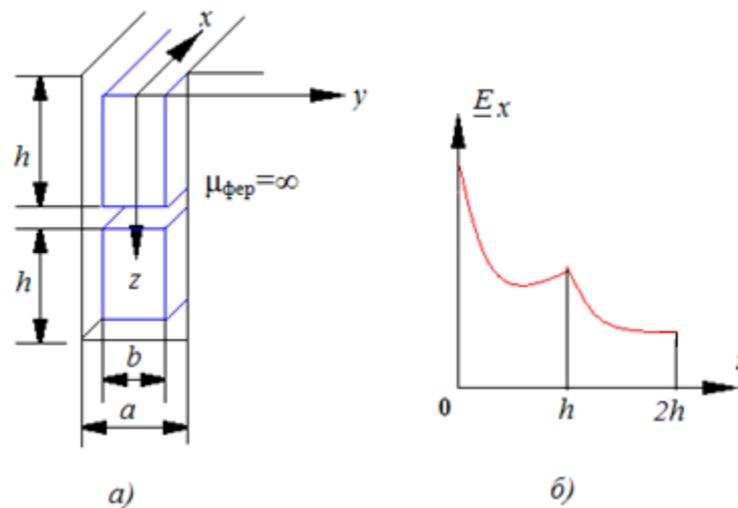


Рис.4

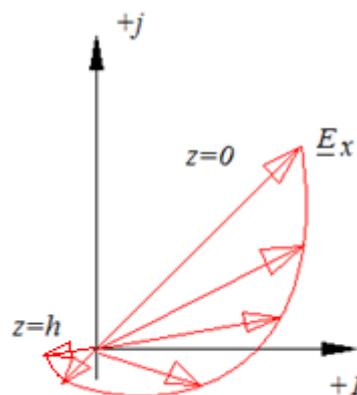


Рис.5

Для определения $\underline{E}_x(z)$ и $\underline{H}_y(z)$ в верхнем проводнике постоянные интегрирования \underline{A}_1 и \underline{A}_2 находятся также из граничных условий. При выборе начала координат на его верхней грани:

$$\text{при } z=0 \quad \underline{H}_y = \underline{I}/a \quad \text{и при } z=h \quad \underline{H}_y = \underline{I}/2a \quad (10)$$

(определяется из закона полного тока при том, что $\underline{H}=0$ при $z=2h$).

После преобразований при подстановке в (6) соотношений (10) получаем

$$\underline{E}_x = \underline{I}\underline{\Gamma}(2ch\underline{\Gamma}(h-z) - ch\underline{\Gamma}z)/(2bysh\underline{\Gamma}h);$$

$$\underline{H}_y = \underline{I}(2sh\underline{\Gamma}(h-z) - sh\underline{\Gamma}z)/(2ash\underline{\Gamma}h). \quad (11)$$

Распределение напряженностей $\underline{E}_x(z)$ и $\underline{H}_y(z)$ в нижнем проводнике можно определить по (8), если начало отсчета z перенести на верх нижнего провода. На рис. 4,б приведены результаты расчета $\underline{E}_x(z)$ для двух проводников.

Графики типа рис. 3,б,в, 4,б не учитывают изменение фазы напряженностей электрического и магнитных полей по глубине паза. Более полной характеристикой являются их годографы — см. рис. 5, где приведен годограф $\underline{E}_x(z)$ для случая одного проводника в пазу.

Проникновение волны в проводник связано как с тепловыми потерями энергии электромагнитной волны, так и с накоплением и обменом этой энергии с источником. Интенсивность этих процессов, а также интегральные параметры всего устройства в целом (\underline{S} -комплексная мощность, Q - реактивная мощность, P - активная мощность, R - активное сопротивление, X - реактивное сопротивление) могут быть определены по теореме Умова-Пойнтинга.

$$\underline{S} = - \int \underline{\Pi} ds = I^2 \underline{Z} = P + jQ = I^2 R + jI^2 X, \quad (12)$$

где $\underline{\Pi} = [\underline{E} \times \underline{H}^*]$.

Для одного проводника в пазу поток вектора $\underline{\Pi}$ отличен от нуля только на открытой части паза, т.е. при $z = 0$. Тогда

$$\underline{S} = \underline{E}_x(0) \underline{H}_y^*(0) b l,$$

где l - длина проводника.

Комплексное сопротивление \underline{Z}_0 проводника длиной в 1 м определяется следующим образом:

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0 = \underline{S}/I^2 l = \underline{E}_x(0) \underline{H}_y^*(0) b / I^2. \quad (13)$$

После подстановки выражений $\underline{E}_x(0)$ и $\underline{H}_y^*(0)$ из (4) получаем

$$\underline{Z}_0 = \frac{\underline{Z}_c \operatorname{cth} \underline{\Gamma} h}{b} \quad (14)$$

Подготовка к работе

1. Рассчитать глубину проникновения z_0 плоской электромагнитной волны в проводник, помещенный в паз ферромагнитного материала, при частотах 50 Гц и 100 Гц. Размеры проводника: $h = 6$ см, $b = 0,3$ см. Размеры паза: $h = 6$ см, $a = 0,7$ см. Проводимости проводника $\gamma = 5,7 \cdot 10^7$ См/м.

2. Рассчитать сопротивление 1 м проводника при $\gamma = 5,7 \cdot 10^7$ См/м, $f = 50$ Гц при указанных в п. 1 размерах проводника и паза. Сравнить с активным сопротивлением проводника постоянному току $R = l/\gamma bh$.

3. Рассчитать и построить по формулам (8) графики $E_x(z)$ и $H_y(z)$ и годографы $\underline{E}_x(z)$ и $\underline{H}_y(z)$ в относительных единицах (см. Методические указания).

Рабочее задание

1. Собрать схему измерения для шины № 1 (рис.1).

2. Вывести ручку **Амплитуда** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР** в крайнее левое положение. Включить тумблер **Сеть** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**, установить значения: **Форма** \sim 10В, **Частота** 50 Гц. Установить переключатель **МУЛЬТИМЕТРА** в положение для измерения тока на предел **400 мА**. Нажать на мультиметре кнопку для переключения измерения постоянного тока на переменный (на экране появятся буквы АС). Увеличить амплитуду напряжения модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР** до значения соответствующего току 300-350 мА (следить по показаниям **МУЛЬТИМЕТРА**). Рассчитать значение тока в шине $I = K_I I_A$, где K_I - коэффициент трансформации трансформатора тока $K_I=100$, а I_A - показания **МУЛЬТИМЕТРА**.

3. Установить переключатель **SA2 МОДУЛЯ ИЗМЕРИТЕЛЯ ФАЗЫ** в положение U2. Включить модуль тумблером **SA1**.

4. Поставить переключатель **SA4** модуля **ИСТОЧНИК ТОКА 50/400 Гц** в положение 10^4 . Поставить переключатель **SA2** в положение «Н» и записать показания U , U_2 , Fi **МОДУЛЯ ИЗМЕРИТЕЛЯ ФАЗЫ** в Протокол измерений при положениях переключателя SA2 с 1 по 6. Для определения значений \underline{H}_y в А/см показания вольтметра необходимо умножить на коэффициент K_H . Этот коэффициент определяется из (3) при параметрах датчика $S_{cp} = 4$ см², $w = 10$. Значение $K_{yc}=10^4$. **При записи Fi необходимо иметь ввиду, что показания прибора по модулю меньше 180° , то есть, например, вместо -200° он покажет 160° .**

5. Построить график $H_y(z)$ и годограф $\underline{H}_y(z)$ в относительных единицах (см. Методические указания). Сравнить с графиками и годографами п. 3 Подготовки. Экстраполируя график $H_y(z)$ до $z = 0$, найти положение точки $H_y(0)=I/a$.

6. Поставить переключатель SA1 модуля **ИСТОЧНИК ТОКА 50/400 Гц** в положение «Е» и записать показания **МОДУЛЯ ИЗМЕРИТЕЛЯ**

ФАЗЫ при положениях переключателя SA1 с 1 по 6. Для определения значений \underline{E}_x в В/см показания вольтметра необходимо умножить на коэффициент K_E . Этот коэффициент определяется из (4) при $l=10$ см. Значение $K_{yc}=10^4$.

7. Построить график $E_x(z)$ и годограф $\underline{E}_x(z)$ в относительных единицах. Сравнить с графиками и годографами п. 3 Подготовки. Рассчитать $E_x(0)$.

8. Повторить эксперимент на частоте 100 Гц. Полученные данные занести в Протокол измерений. Построить графики $H_y(z)$, $E_x(z)$ и годографы $\underline{H}_y(z)$, $\underline{E}_x(z)$ в относительных единицах. Сравнить с графиками и годографами пп. 5 и 7 Рабочего задания.

Методические указания

 Графики $E_x(z)$ и $H_y(z)$ и годографы $\underline{E}_x(z)$ и $\underline{H}_y(z)$ по расчетным и экспериментальным результатам строить в относительных единицах по напряжениям \underline{U}_E и \underline{U}_H . Точки, соответствующие $E_x(0)=Z_C I/a$ и $H_y(0)=I/a$ на графиках $E_x(z)$ и $H_y(z)$ получить экстраполяцией.

ПРОТОКОЛ ИЗМЕРЕНИЙ

$f=50$ Гц						
<i>H</i>						
№	1	2	3	4	5	6
z , см	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
U , В						
U_2 , В						
Fi , град						

$f=50$ Гц						
<i>E</i>						
№	1	2	3	4	5	6
z , см	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
U , В						
U_2 , В						
Fi , град						

$f=100$ Гц						
<i>H</i>						
№	1	2	3	4	5	6
z , см	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
U , В						
U_2 , В						
Fi , град						

$f=100$ Гц						
<i>E</i>						
№	1	2	3	4	5	6
z , см	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
U , В						
U_2 , В						
Fi , град						

Вопросы для допуска студентов к работе

1. Какова последовательность выполнения лабораторной работы?
2. При каких допущениях справедливы формулы (8) для определения $\underline{E}_x(z)$ и $\underline{H}_y(z)$?
3. Что такое глубина проникновения электромагнитной волны z_0 ?
4. Как изменяется сопротивление проводника при переменном токе по сравнению с его значением на постоянном токе.
5. Изобразить распределения $E_x(z)$ и $H_y(z)$ при постоянном токе.
6. Чему равна напряженность магнитного поля на поверхности шины при $z = 0$?
7. Объяснить различие в распределении $E_x(z)$ и $H_y(z)$ для одного и двух проводников в ферромагнитном пазу.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. Теоретические основы электротехники. Т.3. СПб. Питер, 2003.
2. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. под ред. П.А. Бутырина. Том 2 - М.: Издательский дом МЭИ, 2012. Задачи 15.34 и 15.36.