

# Министерство науки и высшего образования РФ



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



Кафедра ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

## Лабораторная работа № 6 по дисциплине «Теоретические основы электротехники»

«Исследование цепи синусоидального тока  
с индуктивно-связанными элементами»

Студент:	
Группа:	
Бригада:	
Подпись студента:	
Дата выполнения:	
Дата защиты:	
Оценка:	
Преподаватель:	
Подпись преподавателя:	

Москва 2024

Лабораторная работа № 6  
«Исследование цепи синусоидального тока  
с индуктивно-связанными элементами»

Целью работы является экспериментальное исследование цепи синусоидального тока, содержащей участки с индуктивно-связанными элементами.

**Ключевые слова:** самоиндукция; индуктивная связь; взаимоиנדукция; потокосцепление самоиндукции; (собственная) индуктивность; потокосцепление взаимной индукции; взаимная индуктивность; воздушный трансформатор; коэффициент связи.

### 1. Теоретическая справка

В том случае, если изменение тока в одном из элементов цепи приводит к появлению ЭДС в другом элементе цепи, говорят, что эти элементы *индуктивно связаны*, возникающую ЭДС называют *ЭДС взаимоиנדукции*.

Рассмотрим две катушки, которые намотаны в виде тонких колец большого диаметра с числом витков  $w_1$  и  $w_2$ . При указанной форме катушек с большой степенью точности можно считать, что витки каждой катушки сцепляются с одинаковым магнитным потоком. Пусть в первой катушке ток  $i_1$ , тогда:  $\Psi_{11}=w_1\Phi_{11}$  – *собственное потокосцепление* первой катушки ( $\Phi_{11}$  – магнитный поток в одном витке),  $\Psi_{12}$  – *потокосцепление взаимной индукции* – часть потокосцепления  $\Psi_{11}$ , сцепленная с витками второй катушки.  $\Psi_{12}$  создан током первой катушки, пронизывает витки второй. Пусть во второй катушке ток  $i_2$ , тогда:  $\Psi_{22}=w_2\Phi_{22}$  – *собственное потокосцепление* второй катушки,  $\Psi_{21}$  – *потокосцепление взаимной индукции* (создан током второй катушки, пронизывает витки первой) (рис. 1).

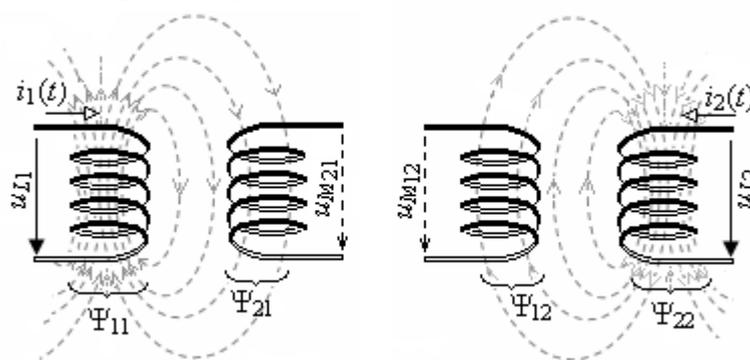


Рис. 1

В таком случае катушки являются *индуктивно-связанными элементами* (рис. 2).

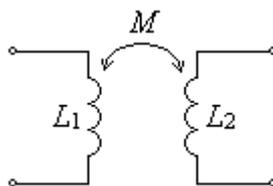


Рис. 2

Для характеристики индуктивной связи вводят параметр  $M=M_{12}=M_{21}$  – **взаимная индуктивность** [Генри]. Знак собственной индуктивности  $L_1 = \frac{\Psi_{11}}{i_1} = w_1 \frac{\Phi_{11}}{i_1}$  или  $L_2 = \frac{\Psi_{22}}{i_2} = w_2 \frac{\Phi_{22}}{i_2}$  всегда положителен, т.к. направление

тока и магнитного потока самоиндукции всегда согласованы по правилу правого винта. Примем знак взаимной индуктивности также положительным:

$$M_{21} = \left| \frac{\Psi_{21}}{i_1} \right| = \left| w_2 \frac{\Phi_{21}}{i_1} \right|, \quad M_{12} = \left| \frac{\Psi_{12}}{i_2} \right| = \left| w_1 \frac{\Phi_{12}}{i_2} \right|.$$

ЭДС взаимоиндукции во второй катушке, вызванное изменением тока в первой катушке, компенсируется

напряжением взаимоиндукции  $u_{M21} = \frac{d\Psi_{21}}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$ , появляющееся на

выводах второй катушки. Аналогично появляется напряжение

взаимоиндукции на выводах первой катушки  $u_{M12} = \frac{d\Psi_{12}}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$ , вызванное

изменением тока в первой. Таким образом, напряжение (ЭДС) каждой катушки определяется алгебраической суммой напряжения (ЭДС) самоиндукции и напряжения (ЭДС) взаимной индукции.

Для определения направления напряжения (ЭДС) взаимной индукции, т.е. знака, с которым это напряжение будет входить в алгебраическую сумму напряжения на катушке, *размечают выводы* индуктивно связанных элементов цепи. Два вывода разных катушек называют *одноименными*, если при одинаковых направлениях токов катушек относительно этих выводов магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции направлены одинаково (суммируются). Одноименные выводы обозначаются одинаковыми значками (\*, • или  $\Delta$ ).

Используя комплексный метод расчета определяют *сопротивление взаимной индукции* для заданной частоты  $X_M = \omega M$  и *комплексное сопротивление взаимной индукции*  $jX_M = j\omega M$ . Комплекс напряжения взаимной индукции на комплексной плоскости перпендикулярен комплексу тока, изменение которого вызывает его появление:  $\underline{U}_{M12} = j\omega M_{12} \underline{I}_2 = jX_{M12} \underline{I}_2$  – напряжение взаимной индукции в первой катушке от второго тока,  $\underline{U}_{M21} = j\omega M_{21} \underline{I}_1 = jX_{M21} \underline{I}_1$  – напряжение взаимной индукции во второй катушке от первого тока. При этом  $M = M_{12} = M_{21}$  и  $X_{M21} = X_{M12} = X_M = \omega M$ .

Коэффициент связи определяют как  $k_{св}^2 = \frac{M_{12} M_{21}}{L_1 L_2}$  или  $k_{св} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{X_M}{\sqrt{X_{L1} X_{L2}}}$

Рассмотрим *согласное* включение последовательно соединенных индуктивно связанных неидеальных катушек. Напряжение на катушках имеет три составляющие (рис. 3):

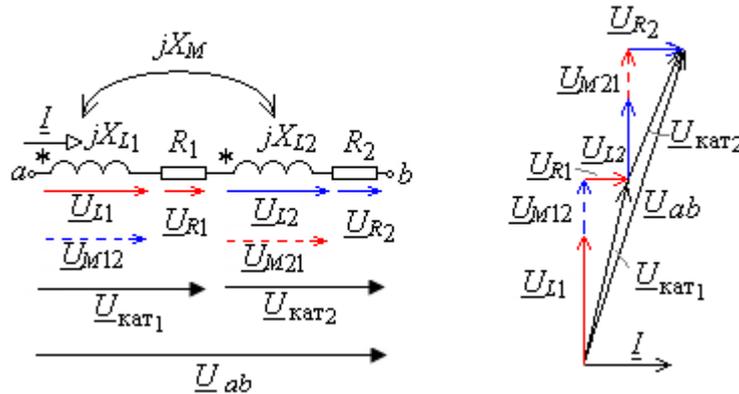


Рис. 3

При *согласном* включении:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{\text{кат}1} + \underline{U}_{\text{кат}2} = \underbrace{(R_1 + jX_{L1} + jX_M)}_{U_{\text{кат}1}} \underline{I} + \underbrace{(R_2 + jX_{L2} + jX_M)}_{U_{\text{кат}2}} \underline{I}$$

$$\underline{U}_{ab} = \underbrace{(R_1 + jX_{L1} + jX_M + R_2 + jX_{L2} + jX_M)}_{Z_{\text{согл}}} \underline{I}.$$

При *встречном* включении последовательно соединенных катушек напряжения само и взаимной индукции вычитаются (рис. 4):

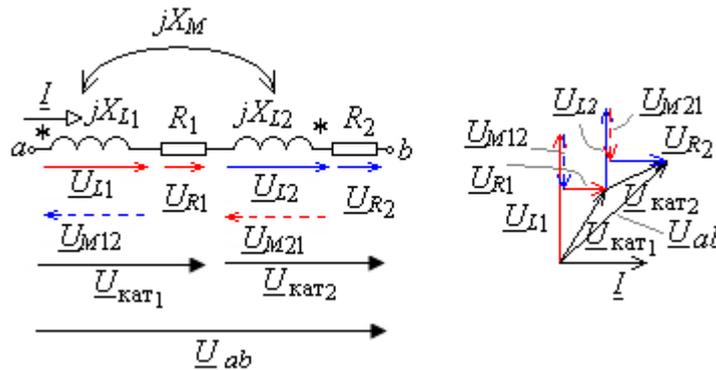


Рис. 4

При *встречном* включении:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{\text{кат}1} + \underline{U}_{\text{кат}2} = \underbrace{(R_1 + jX_{L1} - jX_M)}_{U_{\text{кат}1}} \underline{I} + \underbrace{(R_2 + jX_{L2} - jX_M)}_{U_{\text{кат}2}} \underline{I}$$

$$\underline{U}_{ab} = \underbrace{(R_1 + jX_{L1} - jX_M + R_2 + jX_{L2} - jX_M)}_{Z_{\text{встр}}} \underline{I}.$$

При *согласном* включении комплексное сопротивление участка *ab*:  $Z_{\text{согл}} = R_1 + jX_{L1} + R_2 + jX_{L2} + 2jX_M = Z_{\text{согл}} \angle \varphi_{\text{согл}}$ , при *встречном* включении:  $Z_{\text{встр}} = R_1 + jX_{L1} + R_2 + jX_{L2} - 2jX_M = Z_{\text{встр}} \angle \varphi_{\text{встр}}$ .

Если напряжение на участке *ab*  $\underline{U}_{ab} = \underline{U} = \text{const}$ , то при *согласном* включении действующее значение тока  $I_{\text{согл}} < I_{\text{встр}}$ , а  $\varphi_{\text{согл}} > \varphi_{\text{встр}}$ .

В простейшем случае *трансформатор* (рис. 5) представляет собой две

индуктивно связанные катушки, которые называют обмотками. Как правило, обмотки расположены на общем сердечнике. Воздушный трансформатор не имеет сердечника и описывается линейной системой уравнений.

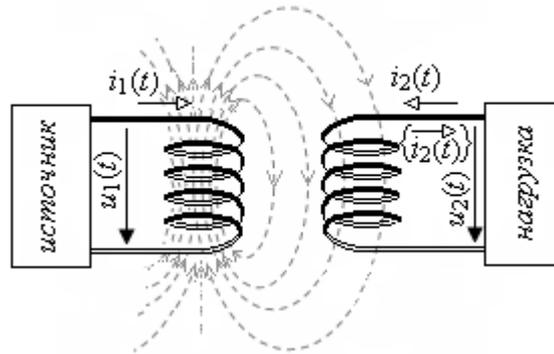


Рис. 5

Пусть первичная обмотка с током  $I_1$  подсоединена к источнику с напряжением  $\underline{U}_1$ , вторичная обмотка с током  $I_2$  подсоединена к приемнику  $\underline{Z}_H$ . При таком выборе условно-положительных направлений токи ориентированы одинаково относительно одноименных выводов (рис. 6).

Обозначим:  $X_1 = \omega L_1$ ,  $X_2 = \omega L_2$ ,  $X_M = \omega M$ .

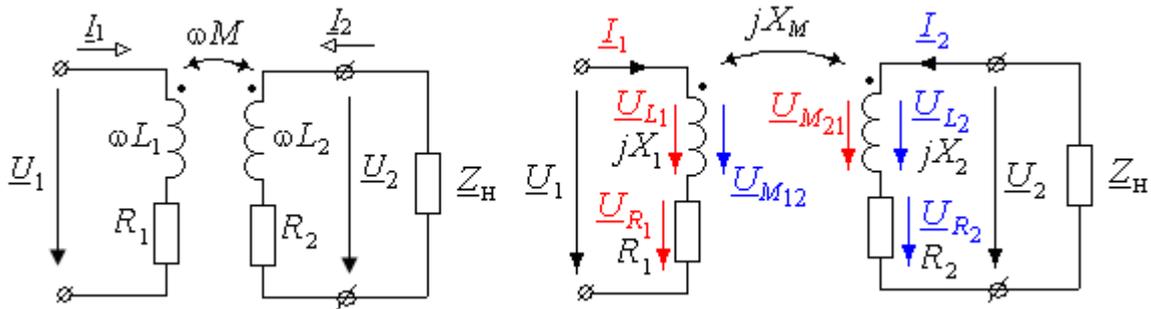


Рис. 6

Составим уравнения по второму закону Кирхгофа для первичной и вторичной обмотки:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{M12} = (R_1 + jX_1)\underline{I}_1 + jX_M \underline{I}_2$$

$$0 = \underline{U}_{L2} + \underline{U}_{R2} + \underline{U}_{M21} - \underline{U}_2 = (R_2 + jX_2 + \underline{Z}_H)\underline{I}_2 + jX_M \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_2 = -\underline{Z}_H \underline{I}_2$$

В режиме холостого хода  $\underline{Z}_H = \infty$ , ток  $\underline{I}_2 = 0$  и уравнения имеют вид:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{R1} = (R_1 + jX_1)\underline{I}_1$$

$$\underline{U}_{M21} = \underline{U}_2 \text{ или } jX_M \underline{I}_1 = \underline{U}_2$$

Измерив действующее значение напряжения и тока первичной обмотки, угол сдвига фаз между напряжением и током, можно определить параметры первичной катушки, измерив действующее значение напряжения вторичной обмотки – сопротивление взаимной индукции.

## 2. Подготовка к работе

1. Составить систему уравнений по законам Кирхгофа для воздушного трансформатора в режиме холостого хода (см. рис. 1П). Качественно построить топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов.

2. Объяснить, как по результатам опыта определить параметры неидеальной катушки и сопротивление взаимной индукции.

3. Составить уравнения Кирхгофа для схемы, представленной на рис. 2П, и качественно построить топографическую диаграмму напряжений для случая согласного и встречного включения катушек. Объяснить, как по результатам опыта определить одноименные выводы катушек.

4. На основании пункта 3 получить формулу  $X_M = \frac{X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}}}{4}$ .

5. Составить уравнения по законам Кирхгофа для схемы, представленной на рис. 3П для двух вариантов: одноименные выводы катушек в общем узле и разноименные выводы катушек в общем узле.

### 3. Содержание и порядок выполнения работы

В лабораторной работе используют: источник синусоидального напряжения из модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**; измерительные приборы блока **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ**; вольтметр из блока **МОДУЛЬ МУЛЬТИМЕТРОВ РР**. Пассивные элементы электрической схемы выбирают из блоков **МОДУЛЬ РЕЗИСТОРОВ** и **МОДУЛЬ РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**.

#### Определение параметров индуктивно связанных катушек

- Собрать электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 1П протокола измерений. Тумблер **SA2** модуля **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** установить в положение **I2**. Проверить собранную электрическую цепь в присутствии преподавателя.
- Включить автоматический выключатель **QF** блока **МОДУЛЬ ПИТАНИЯ** и тумблер **Сеть** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**. Переключатель **Форма** установить в положение  $\sim$ . Установить регулятором **Частота** значение частоты  $f=100\dots 200$  Гц. Частоту  $f$  записать в протокол.
- Регулятором **Амплитуда** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР** установить действующее значение напряжения  $U_1=6-7$  В (использовать прибор модуля **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** или электронный вольтметр).
- Тумблер **SA2** модуля **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** установить в положение **I2**. Измерить приборами из блока **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** действующее значение напряжения  $u_1$ , тока  $i_1$ ; угол сдвига фаз  $\varphi_1$ . Действующее значение напряжения  $u_2$  измерить мультиметром **РР**. Все величины занести в табл. 1П.
- Повторить измерения, поменяв местами индуктивности  $L_1$  и  $L_2$ . Измеренные величины занести в табл. 1П.
- Выключить тумблер **Сеть** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**.
- Выполнить указанные в протоколе измерений расчеты.

#### Последовательное соединение индуктивно-связанных катушек

- Собрать электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 2П.
- Включить тумблер **Сеть** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**.
- Соединить катушки последовательно в произвольном порядке (к примеру, соединение  $(a-b)-(c-d)$ : выводы катушки  $L_1$  обозначены как  $(a-b)$ , выводы катушки  $L_2$  как  $(c-d)$ ). Регулятором **Амплитуда** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР** установить напряжение  $U=7$  В (использовать прибор модуля **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** или электронный вольтметр).
- Тумблер **SA2** модуля **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** установить в положение **I2**. Приборами из блока **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** измерить действующее значение напряжения  $u$ , тока  $i$ ; угол сдвига фаз  $\varphi$ . Напряжения  $U_1$  и  $U_2$  измерить мультиметром. Измеренные величины занести в табл. 2П.
- Поменять местами выводы катушки  $L_2$  (соединение  $(a-b)-(d-c)$ ). Выполнить измерения предыдущего пункта. Измеренные величины занести в табл. 2П.

- По результатам измерений определить, какое соединение соответствует согласному включению катушек. Провести разметку одноименных выводов. По результатам опыта рассчитать  $X_M$ .
- Выключить тумблер Сеть модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**.

#### Разветвленная цепь с индуктивно-связанными катушками

- Собрать электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 3П. Выбрать емкость  $C=22$  мкФ (четные номера бригад) и  $C=4,7$  мкФ (нечетные номера бригад) из **МОДУЛЯ РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**. В качестве измерительных сопротивлений выбрать из **МОДУЛЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ**  $R_1=100$  Ом и  $R_2=100$  Ом.
- Соединить катушки так, чтобы одноименные выводы были подключены к узлу 1.
- Включить тумблер Сеть модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**. Регулятором Амплитуда установить на выходе модуля напряжение  $U=6-7$  В (использовать прибор модуля **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** или электронный вольтметр).
- Тумблер SA2 модуля **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** установить в положение U2. Провести измерение комплексных потенциалов, результаты занести в табл. 3П.
- Соединить катушки так, чтобы разноименные выводы были подключены к узлу 1. Провести измерение комплексных потенциалов, результаты занести в табл. 3П.
- Выключить тумблер Сеть модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР** и автоматический выключатель QF модуля питания.
- Протокол измерений утвердить у преподавателя.

## ПРОТОКОЛ ИЗМЕРЕНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 6

Частота  $f = \underline{\hspace{2cm}}$  Гц.

### Определение параметров индуктивно-связанных катушек

Схема исследуемой электрической цепи представлена на рис. 1П.

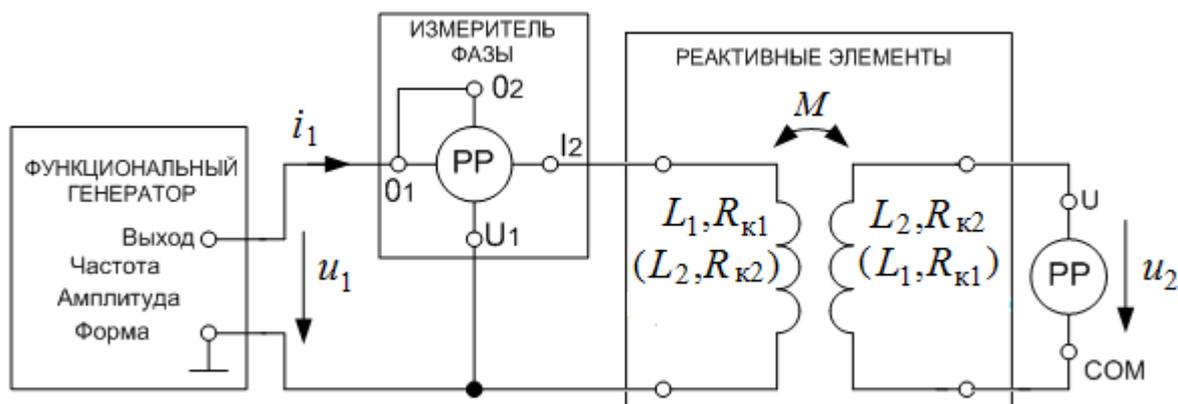


Рис. 1П

Экспериментальные данные представлены в табл. 1П.

Таблица 1П

К выходу генератора подключена катушка $L_1$			К выходу генератора подключена катушка $L_2$				
$U_1, \text{В}$	$I_1, \text{мА}$	$\varphi_1, \text{град}$	$U_2, \text{В}$	$U_1, \text{В}$	$I_1, \text{мА}$	$\varphi_1, \text{град}$	$U_2, \text{В}$

Расчет параметров катушек:

К выходу генератора подключена катушка  $L_1, R_{k1}$

$$\begin{array}{l|l}
 Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом} & X_1 = \omega L_1 = Z_1 \sin \varphi_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом} \\
 R_{k1} = Z_1 \cos \varphi_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом} & X_M = \omega M = \frac{U_2}{I_1} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом}
 \end{array}$$

К выходу генератора подключена катушка  $L_2, R_{k2}$

$$\begin{array}{l|l}
 Z_2 = \frac{U_1}{I_1} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом} & X_2 = \omega L_2 = Z_1 \sin \varphi_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом} \\
 R_{k2} = Z_1 \cos \varphi_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом} & X_M = \omega M = \frac{U_2}{I_1} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом}
 \end{array}$$

## Последовательное соединение катушек

Схема исследуемой электрической цепи представлена на рис. 2П.

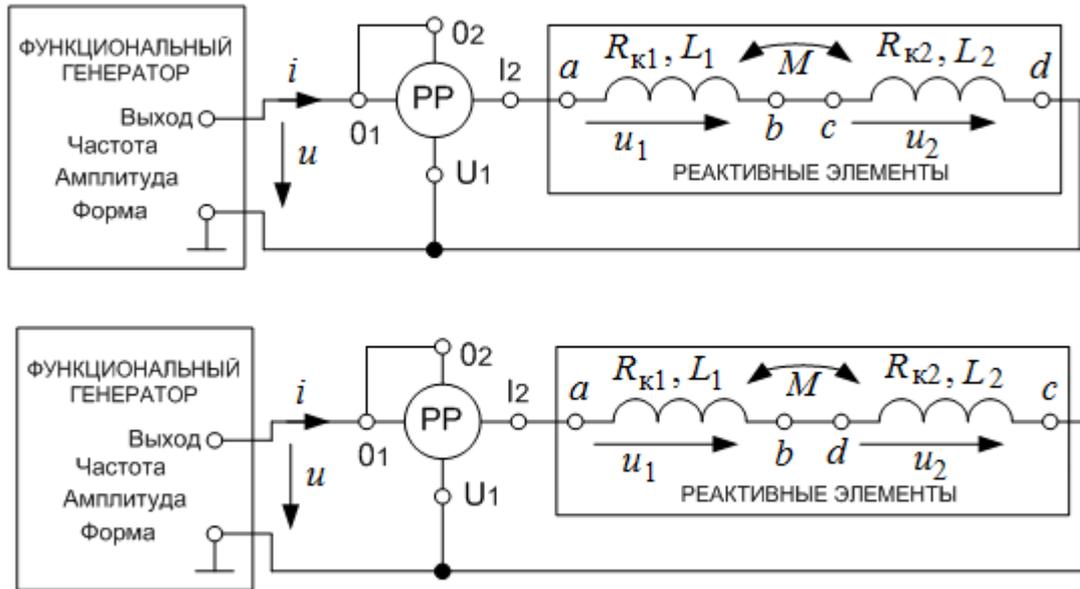


Рис. 2П

Таблица 2П

(a-b)-(c-d) соединение катушек					(a-b)-(d-c) соединение катушек				
$U, В$	$I, мА$	$U_1, В$	$U_2, В$	$\varphi, ^\circ$	$U, В$	$I, мА$	$U_1, В$	$U_2, В$	$\varphi, ^\circ$
$Z = U / I =$		$=$			$Z = U / I =$		$=$		
		Ом					Ом		

**Вывод:** Соединение \_\_\_\_\_ соответствует \_\_\_\_\_ соединению катушек. Одноименные выводы \_\_\_\_\_.

$Z_{\text{согл}} = \text{_____ Ом}; X_{\text{согл}} = \text{_____} = \text{_____ Ом};$

$Z_{\text{встр}} = \text{_____ Ом}; X_{\text{встр}} = \text{_____} = \text{_____ Ом};$

Расчет  $X_M$ : \_\_\_\_\_ Ом.

**Разветвленная цепь с индуктивно-связанными катушками**  
 Схема исследуемой электрической цепи представлена на рис. 3П.

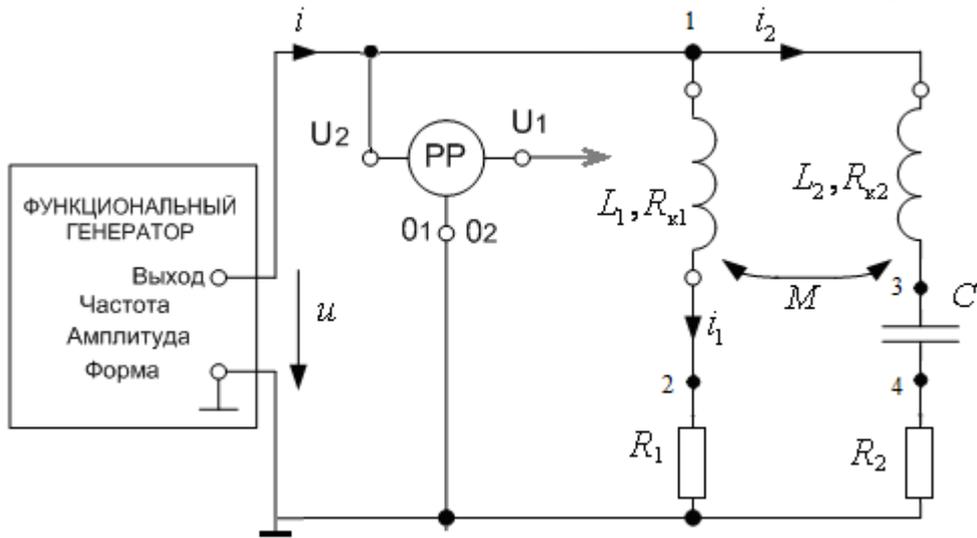


Рис. 3П

Емкость конденсатора  $C = \underline{\hspace{2cm}}$  мкФ.

Таблица 3П

Одноименное соединение катушек в узле 1				Разноименное соединение катушек в узле 1			
$\underline{U} = \varphi_1, \text{ В}$	$\varphi_2, \text{ В}$	$\varphi_3, \text{ В}$	$\varphi_4, \text{ В}$	$\underline{U} = \varphi_1, \text{ В}$	$\varphi_2, \text{ В}$	$\varphi_3, \text{ В}$	$\varphi_4, \text{ В}$

Расчеты по экспериментальным данным:

Одноименное соединение катушек в узле 1

$\underline{U}_{R1} = \varphi_2, \text{ В}$	$\underline{I}_1 = \underline{U}_{R1} / R_1, \text{ мА}$	$\underline{U}_{R2} = \varphi_4, \text{ В}$	$\underline{I}_2 = \underline{U}_{R2} / R_2, \text{ мА}$	$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2, \text{ мА}$

Разноименное соединение катушек в узле 1

$\underline{U}_{R1} = \varphi_2, \text{ В}$	$\underline{I}_1 = \underline{U}_{R1} / R_1, \text{ мА}$	$\underline{U}_{R2} = \varphi_4, \text{ В}$	$\underline{I}_2 = \underline{U}_{R2} / R_2, \text{ мА}$	$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2, \text{ мА}$

#### 4. Содержание и оформление отчета

1. По экспериментальным данным (табл. 1П протокола измерений) рассчитать параметры катушек.

2. По измеренным действующим значениям токов из табл. 2П и рассчитанным параметрам катушек определить действующие значения напряжений  $U_{Rk1}$ ,  $U_{L1}$ ,  $U_M$ ,  $U_{Rk2}$  и  $U_{L2}$ . Построить в масштабах топографические диаграммы напряжения для согласного и встречного включения катушек. Сравнить данные измерений из табл. 2П с полученными в результате расчета и построений.

3. Сравнить результаты расчета  $X_M$  по опытным данным табл. 1П и табл. 2П.

4. По данным из табл. 3П построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений для одноименного и для разноименного соединения катушек в узле 1. По рассчитанным параметрам катушек, сопротивлению взаимной индукции и заданному значению емкости конденсатора определить действующие значения напряжений  $U_{Rk1}$ ,  $U_{L1}$ ,  $U_{M12}$ ,  $U_{Rk2}$ ,  $U_{L2}$ ,  $U_{M21}$ ,  $U_C$ . Сравнить данные измерений из табл. 3П с полученными в результате расчета и построений.

5. Сделать письменный вывод о проделанной работе.

#### 5. Контрольные вопросы и задания

Все ответы на контрольные вопросы должны сопровождаться необходимыми схемами, формулами, численными результатами расчётов, графическими иллюстрациями (графиками, диаграммами и т.д.) и содержать однозначный ответ на поставленные вопросы.

1. Определить коэффициент связи  $k_{св}$  индуктивно-связанных катушек. В каких пределах он изменяется? Как изменятся результаты измерений табл. 1П, если коэффициент связи увеличится? Зависит ли коэффициент связи от частоты?

2. Определить токи первичной и вторичной обмоток трансформатора (рис. 1П) в режиме короткого замыкания, если к выходу генератора подключена катушка индуктивностью  $L_1$  и напряжение  $U_1=7$  В. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

3. Определить токи первичной и вторичной обмоток трансформатора (рис. 1П) в режиме короткого замыкания, если к выходу генератора подключена катушка индуктивностью  $L_2$  и напряжение  $U_1=7$  В. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

4. Две катушки соединены последовательно и подключены к источнику синусоидального тока. Был измерен сдвиг фаз между током и напряжением для двух значений  $k_{св}$ :  $k_{св1}=0,7$  и  $k_{св2}=0,5$ . Измерение показало, что  $\varphi_2 > \varphi_1$ . Согласно или встречно соединены катушки?

5. Две катушки соединены последовательно и подключены к источнику синусоидального тока. Был измерен сдвиг фаз между током и напряжением для двух значений  $k_{св}$ :  $k_{св1}=0,5$  и  $k_{св2}=0,7$ . Измерение показало, что  $\varphi_2 > \varphi_1$ . Согласно или встречно соединены катушки?

6. По данным табл. 3П определить параметры катушек и сопротивление взаимной индукции, сравнить с рассчитанными ранее.

7. По данным табл. 3П определить входное сопротивление при одноименном соединении катушек в узле 1. Рассчитать входное сопротивление, используя законы Кирхгофа или «развязку» индуктивных связей. Сравнить результаты.

8. По данным табл. 3П определить входное сопротивление при разноименном соединении катушек в узле 1. Рассчитать входное сопротивление, используя законы Кирхгофа или «развязку» индуктивных связей. Сравнить результаты.