

Министерство науки и высшего образования РФ



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



Кафедра ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Лабораторная работа № 7 по дисциплине «Теоретические основы электротехники»

«Исследование резонанса в цепи
с последовательно соединенными элементами R, L, C »

Студент:	
Группа:	
Бригада:	
Подпись студента:	
Дата выполнения:	
Дата защиты:	
Оценка:	
Преподаватель:	
Подпись преподавателя:	

Москва 2024

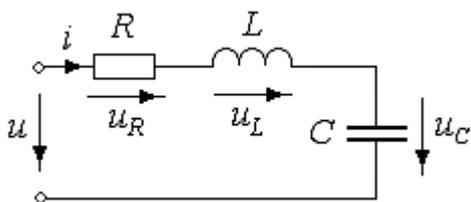
Лабораторная работа №7
«Исследование резонанса в цепи
с последовательно соединенными элементами R, L, C »

Целью работы является исследование резонансных явлений в последовательном RLC -контуре.

Ключевые слова: резонанс (в электрической цепи); резонанс напряжений; резонансная частота; характеристическое сопротивление; резонансные кривые; частотные характеристики; ширина резонансной кривой (полоса пропускания), добротность.

1. Теоретическая справка

В электрических цепях, как правило, в качестве критерия режима резонанса принимают условие совпадения по фазе тока и напряжения в пассивных двухполюсниках, содержащих индуктивные, емкостные и резистивные элементы. Рассмотрим последовательное соединение резистивного, индуктивного и емкостного элементов (RLC – контур).

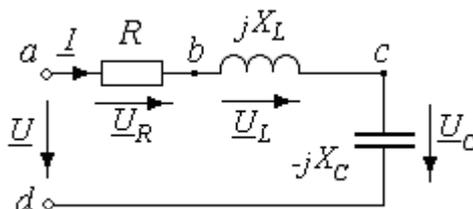


Пусть напряжение на входе – синусоидальное $u(t) = U_m \sin \omega t$, частота ω может меняться в пределах от нуля до ∞ .

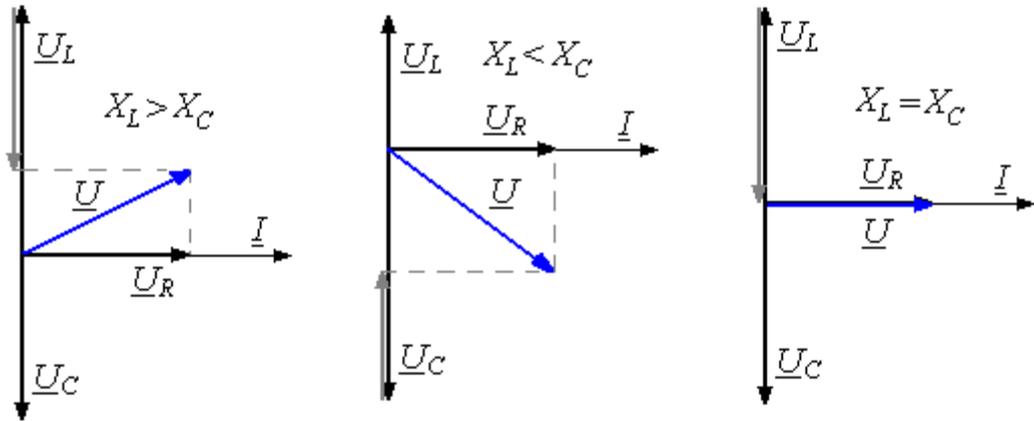
Составим уравнение для контура:

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t), \quad u_R(t) = Ri(t), \quad u_L(t) = L \frac{di}{dt}, \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \int idt.$$

Применим комплексный метод расчета. Комплексная схема замещения и векторные диаграммы комплексных напряжений на заданной частоте ($X_L = \omega L$, $X_C = 1/\omega C$) имеют вид:



При $X_L > X_C$ характер цепи – активно-индуктивный (ток отстает от напряжения); при $X_L < X_C$ – активно-емкостной (ток опережает напряжение); при $X_L = X_C$ – резистивный, т.е. *ток совпадает по фазе с напряжением*. В таком случае цепь настроена в резонанс, а на участке (bd) наблюдается резонанс напряжений.



Действительно, если $X_L = X_C$, то

$$\underline{U}_{bd} = \underline{U}_{bc} + \underline{U}_{cd} = \underline{U}_L + \underline{U}_C = jX_L \underline{I} - jX_C \underline{I} = j\underline{I}(X_L - X_C) = 0 \text{ и } \underline{Z}_{bd} = 0.$$

$$\text{Тогда } \underline{U} = \underline{U}_{ab} + \underline{U}_{bd} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \underline{U}_R = R\underline{I}.$$

Входное сопротивление цепи: $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z}_{ab} = R$ – чисто резистивное сопротивление.

Из условия $X_L = X_C$ следует, что резонанса можно достичь, изменяя частоту напряжения источника или параметры реактивных элементов – индуктивность и емкость. Угловая частота, при которой наступает резонанс, называется *резонансной угловой частотой*: $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ и $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$.

Индуктивное и емкостное сопротивление при резонансной частоте равны $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$. Величина ρ называется *характеристическим сопротивлением* цепи или контура. Напряжения на индуктивности и емкости при резонансе равны и могут значительно превышать входное напряжение, которое равно напряжению на активном сопротивлении. Отношение напряжения на индуктивности или емкости к входному напряжению при резонансе называют *добротностью контура*:

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\rho I}{RI} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}.$$

В общем случае комплексное входное сопротивление зависит от частоты и параметров элементов:

$$\underline{Z}(\omega) = R + jX(\omega) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = Z(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

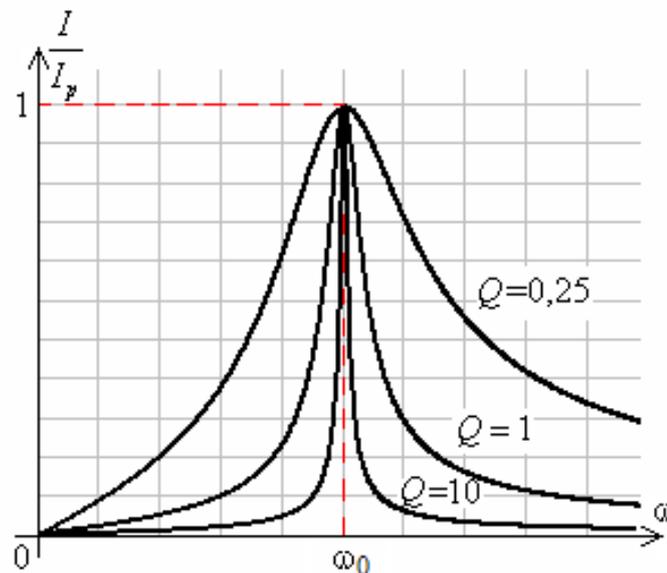
модуль комплексного входного сопротивления $Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$,

угол комплексного входного сопротивления $\varphi(\omega) = \arctg \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{R}$.

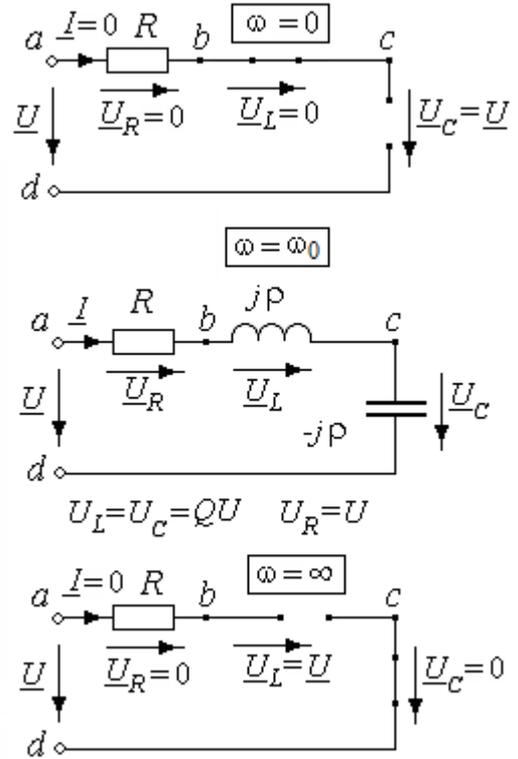
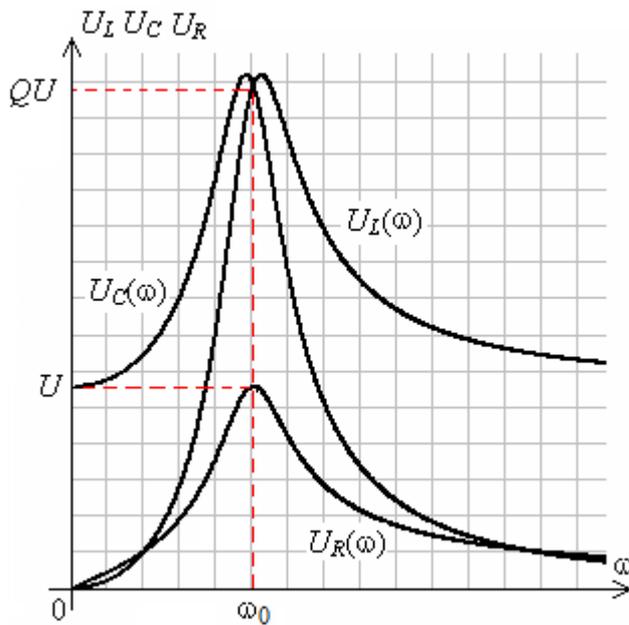
В теоретическом случае при $R=0$ полное сопротивление цепи при резонансе равно нулю, а ток в контуре и напряжения на реактивных элементах бесконечно велики. При $R \neq 0$ полное сопротивление при $X_L=X_C$ минимально, а ток максимален и равен $I = I_p = \frac{U}{R}$.

Зависимости действующего (или амплитудного) значения тока, напряжений на элементах $I(\omega) = \frac{U}{Z(\omega)}$, $U_R(\omega) = RI(\omega)$, $U_L(\omega) = \omega LI(\omega)$ и $U_C(\omega) = \frac{I(\omega)}{\omega C}$ от частоты приложенного напряжения называют *резонансными кривыми*. Зависимость параметров цепи $Z(\omega)$, $X(\omega)$, $\varphi(\omega)$ от частоты приложенного напряжения называют *частотными характеристиками*. Действующее значение входного напряжения при этом $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \text{const}$.

Резонансные кривые тока и напряжения также строят в относительных единицах; для разных значений добротности контура кривые $I/I_p(\omega)$ имеют вид:

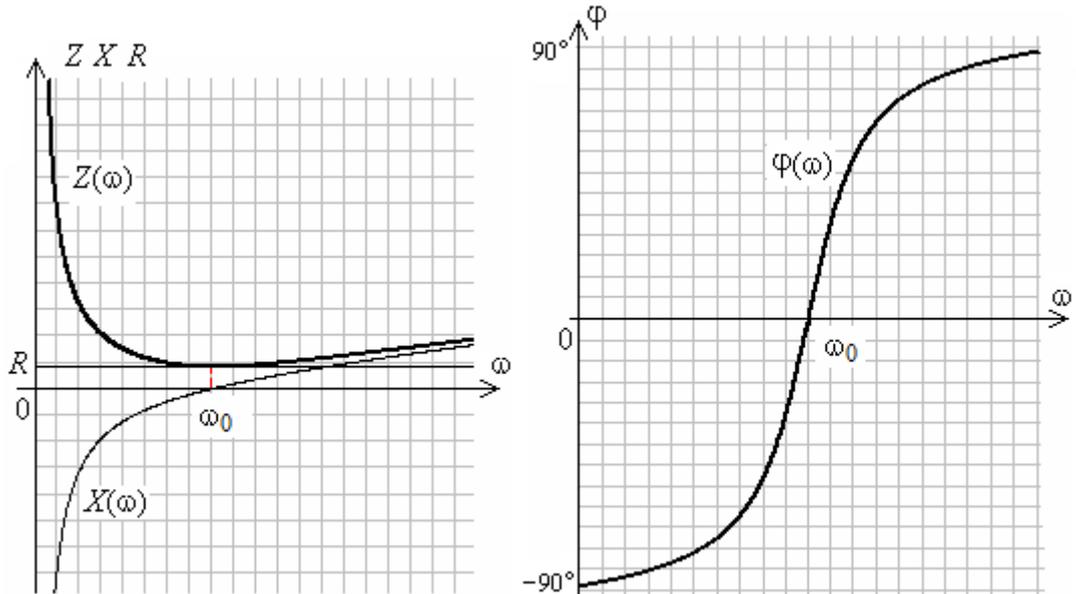


Резонансные кривые напряжений:



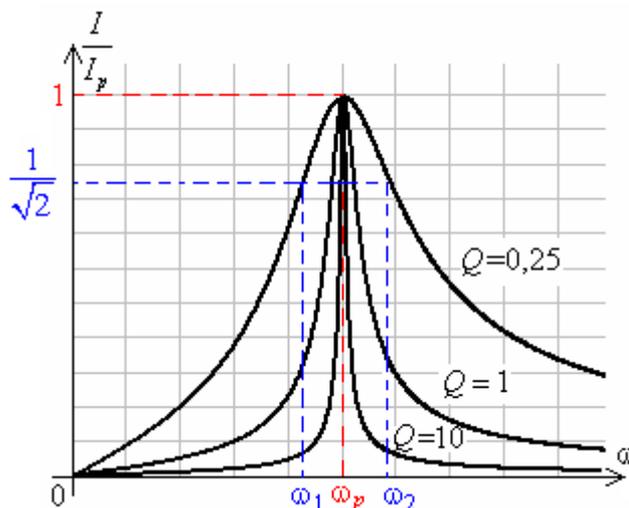
Замечание: Для цепи с добротностью $Q < 1/\sqrt{2}$ возрастание U_L от нуля до значения U происходит монотонно, а для цепи с добротностью $Q > 1/\sqrt{2}$ напряжение U_L при некоторой частоте $\omega_L > \omega_0$ достигает максимального значения $U_{Lmax} > U$, а затем уменьшается до значения U . Для цепи с добротностью $Q < 1/\sqrt{2}$ напряжение U_C монотонно убывает от U до нуля, а для цепи с добротностью $Q > 1/\sqrt{2}$ напряжение U_C при некоторой частоте $\omega_C < \omega_0$ достигает максимального значения $U_{Cmax} > U$, а затем уменьшается до нуля.

Частотные характеристики последовательного контура:



Резонансные кривые и частотные характеристики показывают, что цепь обладает *избирательными свойствами*: обладает наименьшим сопротивлением для тока той частоты, которая наиболее близка к резонансной. Избирательные свойства широко используются в электротехнике и радиотехнике. При этом режим резонанса является нормальным режимом работы устройства. Наоборот, в устройствах, где резонансный режим не предусмотрен, значительные токи и напряжения могут быть опасными. Для оценки избирательных свойств цепи вводят условное понятие *ширины резонансной кривой* или *полосы пропускания* контура, которую определяют как разность частот, между которыми ток превышает значение $\frac{I_p}{\sqrt{2}}$ ($\frac{I}{I_p} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$).

Пересечение горизонтальной линии $I = \frac{I_p}{\sqrt{2}}$ ($\frac{I}{I_p} = \frac{1}{\sqrt{2}}$) с резонансными кривыми определяет граничные частоты ω_1 и ω_2 , между которыми расположена полоса пропускания.



Чем выше добротность, тем уже полоса пропускания: $Q = \frac{\omega_0}{|\omega_1 - \omega_2|}$.

Модуль комплексного сопротивления цепи:

$$Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \omega_0^2 L^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 \omega LC}\right)^2} = R \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

Действующее значение тока:

$$I(\omega) = \frac{I_p}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

2. Подготовка к работе

1. Начертить комплексную схему замещения последовательного RLC -контура – последовательно соединенных катушки с параметрами R_k и L_a , конденсатора емкостью C и резистора с сопротивлением R . Значения емкости конденсатора представлены в табл. 1, для катушки L_a индуктивность $L_a=0,13$ Гн, сопротивление резистора $R=10$ Ом.

2. Вычислить резонансную частоту f_0 , характеристическое сопротивление контура ρ .

Записать аналитические выражения для определения добротности контура Q , граничных частот f_1 и f_2 , ширины резонансной кривой (полосы пропускания) $\Delta f = |f_1 - f_2|$ с учетом сопротивления проводов катушки R_k .

Объяснить, как, используя показания приборов в режиме резонанса, определить сопротивление проводов катушки R_k .

Показать, как изменятся добротность контура и ширина резонансной кривой, если сопротивление резистора R увеличить в 2 раза.

3. Записать аналитические выражения резонансных кривых $I(f)$, $U_{R_3}(f)$, $U_L(f)$, $U_C(f)$ (при неизменном действующем значении напряжения U на входе); частотных характеристик $Z(f)$, $\varphi(f)$, где Z — модуль входного сопротивления контура, $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

4. Качественно построить:

а) частотные характеристики $Z(f)$, $\varphi(f)$, отметить значения Z и φ при частотах $f = f_0$, $f = f_1$ и $f = f_2$, определить полосу пропускания Δf построенным частотным характеристикам;

б) в одной координатной плоскости резонансные кривые $\frac{U_{R_3}}{U}(f)$, $\frac{U_L}{U}(f)$, $\frac{U_C}{U}(f)$, отметить значения при частотах $f = f_0$, $f = f_1$ и $f = f_2$;

5. Качественно построить векторно-топографические диаграммы для частот $f = f_0$, $f = f_1$, $f = f_2$.

Таблица 1

N	1, 13	2, 14	3, 15	4, 16	5, 17	6, 18
C , мкФ	22	33	47	56	68	47
N	7, 19	8, 20	9, 21	10, 22	11, 23	12, 24
C , мкФ	56	68	82	22	33	82

3. Содержание и порядок выполнения работы

Схема исследуемой цепи представлена на рис. 1П. Источником синусоидального напряжения является модуль **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**. В работе используют измерительные приборы из блоков **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** и **МОДУЛЬ МУЛЬТИМЕТРОВ**.

- Собрать цепь по схеме, приведенной на рис. 1П протокола измерений. Тумблер **SA2** модуля **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** установить в положение **I2**. Сопротивление резистора выбрать из **МОДУЛЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ** $R=10$ Ом.

- Проверить собранную электрическую цепь в присутствии преподавателя.
- Включить автоматический выключатель **QF** блока **МОДУЛЬ ПИТАНИЯ** и тумблер **Сеть** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР**. Переключатель **Форма** установить в положение \sim . Установить регулятором **Частота** значение частоты $f=50$ Гц.

- Регулятором **Амплитуда** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР** установить действующее значение напряжения $U=2...3$ В.

- Плавно меняя частоту генератора, модулем **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ** измерить действующее значение напряжения u , тока i ; угол сдвига фаз φ . Напряжение U поддерживать в работе неизменным. Заполнить таблицу 1П: записать значения частоты и действующего значения тока, при котором $\varphi=0$ (резонанс), $\varphi=\pm 45^\circ$ (граничные частоты). Провести необходимые вычисления и занести в Таблицу 1П.

- Повторить опыт, увеличив сопротивление резистора R в 2 раза (последовательное включение двух резисторов $R=10$ Ом). Данные занести в Таблицу 1П.

- Рассчитать резистивное сопротивление катушки R_k (Таблица 2П).

- Рассчитать при $R=10$ Ом по формулам п. 2 Подготовки к работе характеристическое сопротивление контура ρ , добротность контура Q , граничные частоты f_1 и f_2 , ширину резонансной кривой (полосы пропускания) $\Delta f = |f_1 - f_2|$ с учетом сопротивления проводов катушки R_k . Результаты теоретического расчета и расчета на основе обработки опытных данных занести в Таблицу 3П.

- Установить $R=10$ Ом. Плавно изменяя частоту в пределах от $0,2f_0$ до $2f_0$, выполнить измерения действующих значений напряжения на катушке U_k и конденсаторе U_C мультиметрами **PP**, действующее значение тока I , угла сдвига фаз между напряжением и током на входе φ модулем **ИЗМЕРИТЕЛЬ ФАЗЫ**. Измеренные значения занести в Таблицу 4П.

- Выключить тумблер **Сеть** модуля **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ГЕНЕРАТОР** и автоматический выключатель **QF** модуля питания.

ПРОТОКОЛ ИЗМЕРЕНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 7

Схема исследуемой электрической цепи представлена на рис. 1П.

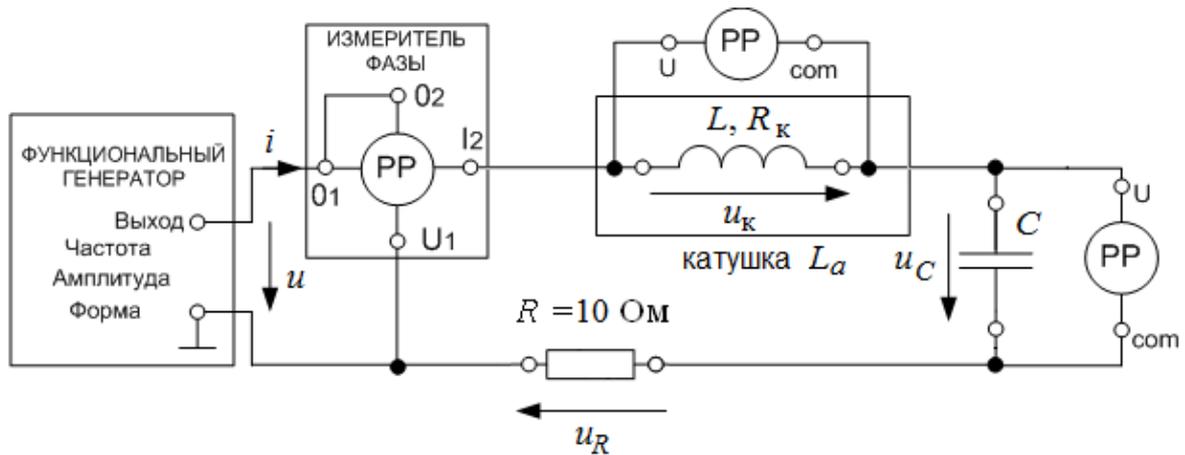


Рис. 1П

Параметры элементов цепи: $L=0,13$ Гн; $C=$ мкФ.

Экспериментальные данные при $U=$ В занесены в табл. 1П.

Таблица 1П

$R=10$ Ом				
теоретический расчет: $f_0=$				Гц
$\varphi=0$	$f_0=$	Гц	$I_0=$	мА
$\varphi=-45^\circ$	$f_1=$	Гц	$I_1=$	мА
$\varphi=+45^\circ$	$f_2=$	Гц	$I_2=$	мА
				$\Delta f =$
				$Q = \frac{f_0}{\Delta f} =$
		$\frac{I_0}{I_1} =$	$\frac{I_0}{I_2} =$	
$R=20$ Ом				
теоретический расчет: $f_0=$				Гц
$\varphi=0$	$f_0=$	Гц	$I_0=$	мА
$\varphi=-45^\circ$	$f_1=$	Гц	$I_1=$	мА
$\varphi=+45^\circ$	$f_2=$	Гц	$I_2=$	мА
				$\Delta f =$
				$Q = \frac{f_0}{\Delta f} =$
		$\frac{I_0}{I_1} =$	$\frac{I_0}{I_2} =$	

Таблица 2П

$R=10$ Ом	$U=$ В	$I_0=$	мА	$R'_K=$	Ом
$R=20$ Ом	$U=$ В	$I_0=$	мА	$R''_K=$	Ом
$R_K = \frac{R'_K + R''_K}{2} =$ Ом					

Таблица 3П

$R=$ Ом; $R_K=$ Ом	Теоретический расчет	Эксперимент (Таблица1П)
f_0		
f_1, f_2		
$\Delta f = f_1 - f_2 $		
ρ		
Q		

Экспериментальные данные при $U=$ В, $R=10$ Ом занесены в табл. 4П.
 $R_{\Sigma} = R + R_K =$ _____ Ом.

Таблица 4П

$f, \Gamma\text{Ц}$			f_1			f_0			f_2		
$I, \text{мА}$											
$\varphi, ^\circ$											
$U_C, \text{В}$											
$U_K, \text{В}$											
$U_{R_{\Sigma}} = (R + R_K)I, \text{В}$											
$U_L = \sqrt{U_K^2 - (R_K I)^2}, \text{В}$											
$\frac{U_C}{U}$											
$\frac{U_L}{U}$											
$\frac{U_{R_{\Sigma}}}{U}$											
$Z, \text{Ом}$											

4. Содержание и оформление отчета

1. Заполнить табл. 1П-4П, провести проверку результатов теоретического расчета и экспериментальных данных.

2. Построить теоретические и экспериментальные частотные характеристики и резонансные кривые. Сравнить их друг с другом и объяснить различие.

3. По экспериментальным данным построить векторно-топографические диаграммы тока и напряжений при резонансной и граничных частотах, сравнить их с результатами теоретического расчета и построения.

4. Сделать письменный вывод о проделанной работе.

5. Контрольные вопросы и задания

Все ответы на контрольные вопросы должны сопровождаться необходимыми схемами, формулами, численными результатами расчётов, графическими иллюстрациями (графиками, диаграммами и т.д.) и содержать однозначный ответ на поставленные вопросы.

1. По каким из резонансных характеристик следует определять добротность и ширину резонансной кривой?

2. В последовательном RLC -контуре при резонансе известны приложенное напряжение U , напряжение на катушке U_K и напряжение на конденсаторе U_C . Почему добротность цепи, определенная как $Q_1 = \frac{U_K}{U}$ и $Q_2 = \frac{U_C}{U}$ получается различной? В каком случае она больше?

3. Как доказать равенство $\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$, где ω_1 , ω_2 и ω_0 - граничные частоты полосы пропускания и резонансная частота последовательного RLC -контурa?

4. Как влияет на добротность и ширину резонансной кривой изменение резистивного сопротивления последовательного RLC контурa? Сравните данные теоретического расчета и экспериментальные данные Таблицы 1П. Объясните расхождение данных.

5. Построить зависимости $I(C)$, $U_{R_s}(C)$, $U_L(C)$, $U_C(C)$ (при неизменном действующем значении напряжения U и частоте $f=f_0$).

6. Построить зависимости $I(L)$, $U_{R_s}(L)$, $U_L(L)$, $U_C(L)$ (при неизменном действующем значении напряжения U и частоте $f=f_0$).