

Методические указания к выполнению лабораторной работы №11

Лабораторная работа №11 посвящена исследованию установившихся режимов в линейных цепях при действии периодического несинусоидального источника. Для анализа таких режимов другой подход к определению тока и напряжения на элементах цепи – используется гармонический ряд Фурье, а расчет каждой гармонической составляющей (включая постоянную составляющую) производится по отдельности. При этом ограничиваются конечным числом гармоник, а решение является приближенным. Мгновенные значения несинусоидальных напряжений или токов определяются суммой мгновенных значений всех составляющих, найденных при рассмотрении постоянной составляющей и каждой гармоники в отдельности. Форма кривой как суммы гармоник в той или иной мере будет отличаться от реальной кривой напряжения или тока, являющейся решением уравнения цепи.

Примечание. В работе исследуются линейные цепи при действии источника напряжения $u(t)$ периодических прямоугольных импульсов (рис. 1). Ток и напряжение на элементах цепи (рис. 1П) будут периодическими несинусоидальными, форма которых определяется решением дифференциального уравнения цепи:

$$u(t) = \underbrace{Ri(t)}_{u_R} + \underbrace{R_k i(t)}_{u_k} + L \frac{di}{dt} + \underbrace{\frac{1}{C} \int i(t) dt}_{u_C} .$$

Методика определения аналитического выражения для тока и напряжения на отдельных элементах цепи будет рассмотрена в рамках темы «Переходные процессы в линейных цепях с двумя накопителями». В этом случае изменение формы входного напряжения рассматривается как коммутация и проводится расчет переходных токов и напряжений. При расчете переходных процессов вопрос о показаниях приборов не ставится. Основным вопросом является определение формы переходного тока и напряжения после коммутации (апериодическая, периодическая) и время выхода на установившийся режим.

Особое внимание уделяется измерению и расчету основных величин, характеризующих интенсивность периодических процессов – действующего значения, активной мощности. При проведении эксперимента необходимо учитывать, что в зависимости от исполнения прибора (вольтметра или амперметра) и устройства его входного преобразователя он может показывать действующее значение измеряемой величины $U(I)$, ее среднее по модулю значение $U_{|cp|}$, усредненное за период значение U_{cp} и т.д.

Например, электронный прибор вольтметр **РР** блока **МОДУЛЬ МУЛЬТИМЕТРОВ** измеряет действующее значение периодического напряжения.

С другой стороны, цифровой вольтметр В7-38 (рис. 1М), используемый в лаборатории, в положении переключателя V_{\approx} измеряет действующее значение только синусоидального напряжения, в положении $V_{=}$ измеряет

постоянную составляющую напряжения с учётом её знака. При измерении вольтметром В7-38 переменного **несинусоидального** напряжения, его показание **не равно** действующему значению. При этом показание пропорционально среднему значению от модуля напряжения $U_{|cp-|}$, полученного после вычитания постоянной составляющей напряжения на входе вольтметра:

$$U_{|cp-|} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t) - U_0| dt.$$

Показание прибора определяется выражением $V_{\approx} = 1,11U_{|cp-|}$. В связи с этим применять вольтметр В7-38 в данной лабораторной работе не следует.



Рис. 1М

В работе проводится измерение действующего значения несинусоидального напряжения и активной мощности цепи несинусоидального тока, измерение действующих значений и активной мощности в цепях первой, третьей и пятой гармонических составляющих. Делается вывод о достаточности учета в данной работе трех гармонических составляющих для определения действующего значения и активной мощности, сравнение форм кривых осциллограмм напряжения и суммы гармонических составляющих. Проводится расчет действующего значения и активной мощности по дискретным значениям несинусоидального напряжения.

При проведении эксперимента в RL -цепи выполняются условия, при которых входное напряжение (меандр) практически приложено к индуктивному элементу:

$$u(t) = R i(t) + L_a \frac{di}{dt} \approx L_a \frac{di}{dt}.$$

u_R u_L

В таком случае форма кривой входного напряжения и тока (напряжения на резисторе) будут связаны соотношением:

$$i(t) = \frac{1}{L_a} \int u dt + \text{const.}$$

Экспериментально проверяется связь мгновенных значений входного напряжения и тока (мгновенное значение входного напряжения приблизительно пропорционально производной тока). Форма кривой тока является практически кусочно-линейной.

Подготовка к работе.

1) При заданной форме входного напряжения (рис. 1) разложение в ряд Фурье с учетом четырех гармонических составляющих имеет вид:

$$u(t) = \frac{4U_{\max}}{\pi} \left[\frac{\sin \omega t}{1} + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \frac{\sin 5\omega t}{5} + \frac{\sin 7\omega t}{7} \right].$$

Действующее значение k -й гармоники:

$$U_k = \frac{U_{km}}{\sqrt{2}} = \frac{4U_{\max}}{k\pi\sqrt{2}}.$$

Действующее значение входного напряжения:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} U_{\max}^2 dt + \int_{T/2}^T (-U_{\max})^2 dt \right)} = U_{\max}.$$

Действующее значение с учетом:

– двух членов ряда $U_{1,3} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2} = \frac{4U_{\max}}{\pi\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{9}},$

– трех членов ряда $U_{1,3,5} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} = \frac{4U_{\max}}{\pi\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25}},$

– четырех членов ряда $U_{1,3,5,7} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2} = \frac{4U_{\max}}{\pi\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49}}.$

По условию $U_{\max} = 7$ В. Проводится численный расчет, оценивается погрешность определения действующего значения при учете двух, трех, четырех гармоник¹. Делается вывод о возможности учета трех гармонических составляющих при проведении эксперимента по исследованию гармонического состава несинусоидальных напряжений (токов).

2) Для определения гармонических составляющих тока и напряжения на емкостном элементе комплексным методом рассчитываются индуктивное и емкостные сопротивления на частоте первой (основной), третьей и пятой гармоник. При заданном действующем значении k -й гармоники входного напряжения принимается комплекс действующего значения $\underline{U}^{(k)} = U_k \angle 0$. Комплекс k -й гармоники тока:

$$\underline{I}^{(k)} = \frac{\underline{U}^{(k)}}{R + R_k + jX_L^{(k)} - jX_C^{(k)}} = I_k \angle \varphi_{ik},$$

¹ Относительная погрешность рассчитывается как $\delta_{1,3} = \frac{U - U_{1,3}}{U} \cdot 100\%$ и т.д.

комплекс k -й гармоники напряжения на емкостном элементе:

$$\underline{U}_C^{(k)} = (-jX_C^{(k)})\underline{I}^{(k)} = U_{Ck} \angle(\varphi_{ik} - 90^\circ).$$

Мгновенное значение k -й гармоники тока

$$i^{(k)}(t) = I_{km} \sin(k\omega t + \varphi_{ik}) = I_k \sqrt{2} \sin(k\omega t + \varphi_{ik}),$$

аналогично записывают мгновенное значение k -й гармоники напряжения на емкостном элементе.

3) Действующее значение тока с учетом трех членов ряда $I_{1,3,5} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2}$, аналогично определяется действующее значение напряжения на емкостном элементе. Активная мощность рассчитывается как сумма активных мощностей каждой гармонической составляющей.

4) Кривая тока с учетом трех членов ряда строится как сумма синусоидальных гармонических составляющих $i(t) = i^{(1)}(t) + i^{(3)}(t) + i^{(5)}(t)$. При построении отдельных гармонических составляющих необходимо отметить период и начальную фазу. Значение тока в момент времени, принятый как $t = 0$, определяется как $i(0) = i^{(1)}(0) + i^{(3)}(0) + i^{(5)}(0)$. Аналогично строится кривая напряжения на емкостном элементе. Проводится сравнение этих кривых с полученными в ходе проведения эксперимента осциллограммами напряжения на резистивном элементе, совпадающего по форме с током, и напряжением на емкостном элементе.

5) **Замечание:** важным результатом эксперимента является выполнение компонентного уравнения, определяющего связь мгновенных значений напряжения на резисторе (тока) и напряжения на конденсаторе:

$$u_R(t) = Ri(t),$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (\text{или} \quad i(t) = C \frac{du_C}{dt}).$$